

Projet : Construction d'un complexe
d'appartements à 3 niveaux (R+2)

Localisation : Parcelle n° 881
Secteur Gisenyi
District Rubavu
Province de l'Ouest

Propriétaires : RWABUKAMBA Bosco
Et MUTABAZI Aline

Document : Note de calcul du béton armé

Ingénieur : Tungirayo Sylvestre
Ordre des Ingénieurs : A 112/EC/IER/2013
Téléphone : +250783593853

Date : Juillet 2018

Note :

Les éléments de calcul figurant dans cette note sont conformes aux règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé, selon l'Eurocode 2.

Eléments d'étude du béton

Quelle que soit l'utilisation du béton, les caractères suivants sont spécifiés :

- ✓ La résistance à la compression à 28 jours est au moins égale à 25MPa.
- ✓ La consistance du béton frais est plastique. Elle est déterminée par l'essai d'affaissement au cône d'Abrams (slump test).
- ✓ La dimension maximale des granulats ne peut dépasser 20mm.
- ✓ Le dosage minimal en ciment est de 350kg par m³ de béton mis en œuvre.
- ✓ La classe du ciment utilisé est CEM I 32,5.

L'exécutant des travaux est tenu d'établir un dossier d'étude des bétons comportant les renseignements suivants :

- ✓ La provenance des granulats.
- ✓ La nature, la classe et la provenance du ciment.
- ✓ L'analyse de l'eau, si celle-ci ne provient pas du réseau public, ou n'est pas potable.
- ✓ Le dosage des constituants du béton : ciment, eau, granulats, adjuvants, etc.
- ✓ La description des moyens de fabrication du béton.
- ✓ La description du mode de mise en place du béton.

Plan de la note de calcul

1. Préliminaires	3
Présentation des Eurocodes	
Eurocode 0 : Bases de calcul des structures	
Eurocode 1 : Actions sur les structures	
Eurocode 2 : Calcul des structures en béton	
Le béton - L'acier - Durabilité et sécurité - Association acier-béton.	
2. Calcul du plancher	48
3. Calcul des poutres	60
4. Calcul des poteaux	102
5. Calcul de la fondation	115
6. Calcul de l'escalier	124

Préliminaires

Présentation des Eurocodes

Les Eurocodes sont des normes européennes de conception et de calcul des bâtiments et des structures de génie civil. Elles ont pour objet d'harmoniser les règles de conception et de calcul au sein des différents états européens membres de l'UE (Union Européenne) et de l'AELE (Association Européenne de Libre Echange).

Ces normes font appel à une approche semi-probabiliste de sécurité des constructions (méthode des coefficients partiels) avec des méthodes de dimensionnement fondées sur le concept des états limites (états limites de service et états limites ultimes).

Elles s'appliquent aux différents matériaux (béton, acier, bois, etc.) et aux différents types de construction (bâtiments, ponts, silos, etc.). Elles harmonisent les codes de calcul des différents états membres et ont remplacé, depuis mars 2010, les règles alors en vigueur dans chacun de ces états.

Les normes européennes «Eurocodes» ne peuvent être utilisées dans chaque pays qu'après transposition en normes nationales. Elles sont complétées par une Annexe Nationale (AN), qui, dans chaque pays, définit les conditions d'application de la norme européenne. L'Annexe Nationale permet de tenir compte des particularités géographiques, géologiques ou climatiques, ainsi que des niveaux de protection spécifiques à chaque pays.

Organisation des Eurocodes

Les Eurocodes constituent un ensemble de 58 normes formant 10 groupes de textes. En France, les Eurocodes sont, depuis mars 2010, les seules normes de référence pour le dimensionnement des structures de bâtiments et d'ouvrages de génie civil. Elles sont diffusées par l'Association Française de Normalisation (AFNOR) et sont identifiées par l'appellation NF EN. Le chiffre 199 vient ensuite s'accoler à NF EN pour former, avec le numéro de l'eurocode, les appellations NF EN 1990 (Eurocode 0), NF EN 1991 (Eurocode 1), etc.

NF EN 1990	Eurocode 0	: Bases de calculs des structures
NF EN 1991	Eurocode 1	: Actions sur les structures
NF EN 1992	Eurocode 2	: Calcul des structures en béton
NF EN 1993	Eurocode 3	: Calcul des structures en acier
NF EN 1994	Eurocode 4	: Calcul des structures mixtes acier-béton
NF EN 1995	Eurocode 5	: Calcul des structures en bois
NF EN 1996	Eurocode 6	: Calcul des structures en maçonnerie
NF EN 1997	Eurocode 7	: Calcul géotechnique
NF EN 1998	Eurocode 8	: Calcul des structures pour leur résistance aux séismes
NF EN 1999	Eurocode 9	: Calcul des structures en alliage d'aluminium

Les Eurocodes 0 et 1 regroupent les méthodes de conception et de calcul communes à tous les Eurocodes, indépendamment des matériaux utilisés. Ces deux Eurocodes sont incontournables.

Référencement

Les organismes nationaux de normalisation sont en charge de transposer tous les Eurocodes en normes nationales. Ces normes sont composées:

- ✓ d'une page de titre nationale ;
- ✓ d'un avant-projet national ;
- ✓ et, éventuellement, d'une annexe nationale.

Les annexes nationales définissent les conditions d'application de la norme en référence dans chaque pays. Elles précisent :

- ✓ des valeurs et/ou des classes là où des alternatives figurent dans l'eurocode ;
- ✓ des valeurs à utiliser là où seul un symbole est donné dans l'eurocode ;
- ✓ des données propres à un pays (géographiques, climatiques, etc.), par exemple, la carte de neige ;
- ✓ la procédure à utiliser là où des procédures alternatives sont données dans l'eurocode ; etc.

Les normes applicables à la conception et au calcul des bâtiments en béton armé sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

Référence	Titre
Eurocode 0 - Base de calcul des structures	
NF EN 1990	Bases de calcul des structures
NF EN 1990/A1	Annexe 1 - Application aux ponts
Eurocode 1 - Actions sur les structures	
NF EN 1991-1-1	Partie 1-1 : Actions générales - Poids volumiques, poids propres, charges d'exploitation des bâtiments
NF EN 1991-1-2	Partie 1-2 : Actions générales - Actions sur les structures exposées au feu
NF EN 1991-1-3	Partie 1-3 : Actions générales - Charges de neige
NF EN 1991-1-4	Partie 1-4 : Actions générales - Actions du vent
NF EN 1991-1-5	Partie 1-5 : Actions générales - Actions thermiques
NF EN 1991-1-6	Partie 1-6 : Actions générales - Actions en cours d'exécution
NF EN 1991-1-7	Partie 1-7 : Actions générales - Actions accidentelles
NF EN 1991-2	Partie 2 : Actions sur les ponts dues au trafic
NF EN 1991-3	Partie 3 : Actions induites par les appareils de levage et les machines
NF EN 1991-4	Partie 4 : Silos et réservoirs
Eurocode 2-Calcul des structures en béton	
NF EN 1992-1-1	Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments
NF EN 1992-1-2	Partie 1-2 : Règles générales - Calcul du comportement au feu
NF EN 1992-2	Partie 2 : Ponts en béton - Calcul des dispositions constructives
NF EN 1992-3	Partie 3 : Silos et réservoirs

Eurocode 7-Calcul géotechnique	
NF EN 1997-1	Partie 1 : Règles générales
Eurocode 8-Calcul des structures pour leur résistance aux séismes	
NF EN 1998-1	Partie 1 : Règles générales - Actions sismiques et règles pour les bâtiments
NF EN 1998-2	Partie 2 : Ponts
NF EN 1998-3	Partie 3 : Evaluation et renforcement des bâtiments
NF EN 1998-4	Partie 4 : Silos, réservoirs et canalisations
NF EN 1998-5	Partie 5 : Fondations, ouvrages de soutènement, aspects géotechniques
NF EN 1998-6	Partie 6 : Tours, mâts et cheminées

Les Eurocodes sont disponibles auprès

- ✓ de l'Agence Française de Normalisation (AFNOR), organisme français qui coordonne, sous l'autorité des pouvoirs publics, les études concernant la normalisation ;
- ✓ du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB).

Eurocode 0

Bases de calcul des structures (NF EN 1990)

L'eurocode 0 (Bases de calcul des structures : NF EN 1990), définit les principes et les exigences en matière de sécurité, d'aptitude au service et de durabilité des structures, décrit les bases de leur dimensionnement et de leur vérification, et fournit les lignes directrices concernant les critères de fiabilité structurale qui s'y rattachent.

Il est destiné à être utilisé conjointement avec les eurocodes 1 à 9 pour la conception structurale des bâtiments et ouvrages de génie civil, y compris les aspects géotechniques, la résistance à l'incendie, les situations sismiques, l'exécution et les structures provisoires.

1 Généralités

Durée d'utilisation de projet

C'est la durée pendant laquelle une structure ou l'une de ses parties est censée pouvoir être utilisée comme prévu, en faisant l'objet de la maintenance escomptée, mais sans qu'il soit nécessaire de faire des réparations majeures (art. 1.5.2.8).

L'article 2.3 de la norme NF EN 1990 propose un tableau de valeurs indicatives de la durée d'utilisation de projet.

Durée d'utilisation de projet

Catégorie	Durée indicative	Exemples
1	10 ans	Structures provisoires non réutilisables
2	25 ans	Parties d'ouvrages remplaçables (Appareils d'appuis par exemple)
3	25 ans	Structures agricoles et similaires
4	50 ans	Structures de bâtiments courants
5	100 ans	Structures de bâtiments monumentaux ou stratégiques (ponts, ouvrages de génie civil)

Fiabilité

La fiabilité est la capacité d'une structure ou d'un élément structural à satisfaire aux exigences spécifiées, y compris la durée d'utilisation de projet, pour lesquelles il (elle) a été conçu(e). La fiabilité est habituellement exprimée en termes de probabilité (art.1.5.2.1.7).

Durabilité

La structure doit être projetée de sorte que sa détérioration, pendant la durée d'utilisation de projet, n'abaisse pas ses performances en dessous de celles escomptées, compte tenu de l'environnement et du niveau de maintenance escompté (art.2.4).

Situation de projet

C'est l'ensemble des conditions physiques réelles qui se produisent au cours d'une certaine durée pour laquelle il sera démontré, par le calcul, que les états limites concernés ne sont pas dépassés (art.1.5.2.2).

La norme distingue plusieurs situations de projet qui couvrent l'ensemble des conditions physiques que l'ouvrage est susceptible de rencontrer.

Situation de projet

Situation de projet	Conditions de sollicitations
Transitoire	La structure est sollicitée pendant une durée beaucoup plus courte que la durée d'utilisation prévue (phase de travaux ou de réparation)
Durable	<i>La structure est sollicitée pendant une durée du même ordre que la durée d'utilisation de projet (conditions normales d'utilisation, en service)</i>
Accidentelle	La structure est sollicitée dans des conditions exceptionnelles (explosion, incendie, choc, etc.)
Sismique	La structure est soumise à un tremblement de terre

2. Etats limites

Un état limite est un état au-delà duquel la structure ne satisfait plus aux critères de dimensionnement pertinent (NF EN 1990, art.1.5.2.1.2).

La vérification d'une structure consiste donc à s'assurer que ces états limites sont atteints avec des probabilités d'occurrence faibles. Les états limites sont classés en deux catégories : les états limites de service (ELS) et les états limites ultimes (ELU).

2.1. Les états limites de service (ELS)

L'article 3.4 de la norme NF EN 1990 précise que les états limites de service sont atteints lorsque la structure ne remplit plus son usage dans des conditions normales d'utilisation sans pour autant que la ruine de la structure soit engagée. C'est le cas des vibrations, des fissurations, des défauts d'étanchéité, des déformations excessives, etc. Les états limites de service (ELS) se déclinent en trois catégories.

ELS caractéristiques

Les états limites de service sous combinaisons caractéristiques, appelés aussi «ELS caractéristiques», sont utilisés pour étudier les effets à court terme des actions rencontrées avec une faible probabilité d'occurrence à leur valeur caractéristique dans

la vie de l'ouvrage. Les matériaux sont alors sollicités dans le domaine élastique. C'est le cas de la vérification des contraintes dans les matériaux.

ELS fréquents et ELS quasi permanents

Les états limites de service sous combinaison fréquente ou sous combinaison quasi permanente, appelés respectivement «ELS fréquents» et «ELS quasi permanents», sont utilisés pour étudier les effets à long terme des actions ayant une probabilité d'occurrence plus élevée.

Le fluage du matériau est alors pris en compte. C'est le cas du calcul de la flèche et du calcul de l'ouverture des fissures. Les effets de ces actions sont considérés comme réversibles (refermeture d'une fissure).

2.2. Les états limites ultimes (ELU)

L'article 3.3 de la norme NF EN 1990 énonce que les états limites ultimes sont atteints lorsque la stabilité de la structure n'est plus assurée. Les personnes ne sont plus en sécurité. Cela concerne :

- ✓ la perte d'équilibre statique des éléments: renversement d'un mur de soutènement, soulèvement dû aux sous-pressions, glissement, etc.
- ✓ les déformations excessives brutales : cas des instabilités de forme, à savoir voilement, déversement et flambement ;
- ✓ les phénomènes de fatigue sous cycles de longue durée.

Les matériaux peuvent alors atteindre des déformations plastiques irréversibles.

L'article 6.4.1 de la norme NF EN 1990 classe les états limites ultimes selon leur mode de défaillance :

Modes de défaillance des états limites ultimes

Notation	Mode de défaillance
EQU	Perte d'équilibre statique de la structure ou d'une partie quelconque de celle-ci, considérée comme un corps rigide, lorsque <ul style="list-style-type: none"> ✓ des variations mineures de la valeur ou de la distribution spatiale d'actions d'une source unique sont significatives, ✓ les résistances des matériaux de construction ou du sol ne sont généralement pas dominantes
STR	Défaillance interne ou déformation excessive de la structure ou d'éléments structuraux , y compris semelles, pieux, murs de soubassement, etc. lorsque la résistances des matériaux de construction de la structure domine.
GEO	Défaillance ou déformation excessive du sol , lorsque les résistances du sol ou de la roche sont significatives.
FAT	Défaillance de la structure ou d'éléments structuraux, due à la fatigue (calcul géotechnique : NF EN 1997).
UPL	Perte d'équilibre de la structure ou du sol due à un soulèvement causé par la pression hydrostatique (NF EN 1997).
HYD	Soulèvement d'origine hydraulique , érosion interne, écoulements dans le sol dus à des gradients hydrauliques (EN 1997).

Probabilité d'occurrence des états limites

La sécurité absolue n'existe pas : les coefficients de pondération utilisés dans les calculs réduisent les recouvrements des spectres de probabilité et donc de la probabilité de ruine mais ne l'annule jamais. Statistiquement, sur une durée de référence de 50 ans, la probabilité qu'une structure atteigne

- ✓ un état limite de service est de 10^{-2} à 10^{-1} , soit de 1% à 10% ;
- ✓ un état limite ultime, de 10^{-6} à 10^{-3} soit de 0,0001% à 0,1%.

3. Actions

3.1. Classification des actions

L'article 4.1.1 de la norme NF EN 1990 classe les actions selon leur origine, leur variation spatiale et leur nature, en fonction de la réponse de la structure.

Actions d'origine directe ou indirecte

Les actions directes sont des forces ou des couples appliqués directement sur la structure, alors que les actions indirectes n'ont pas de point d'application. Les actions indirectes sont induites par des déplacements d'appuis ou par les effets de la température.

Actions à variation spatiale

Les actions sont fixes si elles sont toujours appliquées au même endroit de la structure : c'est le cas du poids propre d'une poutre. Elles sont libres si elles sont susceptibles de changer d'emplacement, par exemple des charges d'exploitation qui peuvent être prises en compte ou non sur des travées.

Actions de nature statique ou dynamique

Les actions sont statiques si elles n'engendrent pas de vibrations. Elles sont dynamiques si elles varient brutalement dans le temps et engendrent des accélérations. L'analyse porte alors sur les fréquences de vibrations, les modes de résonance possibles, etc. Le vent, les séismes, les freinages brutaux sur les tabliers de pont sont des actions dynamiques. La norme NF EN 1990 classe les actions en fonction de leur durée d'application dans le temps.

3.2. Actions permanentes G

L'article 4.1.2 de la norme NF EN 1990 stipule que les actions permanentes, notées G, sont caractérisées par une intensité constante ou très peu variable dans le temps. La durée d'application de l'action est proche de la durée de vie de l'ouvrage.

Outre le poids propre des éléments, il s'agit notamment :

- ✓ des cloisons, des revêtements, des faux plafonds pour les bâtiments ;

- ✓ des revêtements (étanchéité, couche de roulement), bordures, candélabres, glissières pour les ouvrages d'art ;
- ✓ de la poussée des terres, poussée hydrostatique pour les ouvrages géotechniques.

Les actions permanentes sont souvent connues avec une grande précision. Leur variation est très faible. Ainsi, l'action permanente est représentée par une seule valeur caractéristique G_k correspondant à la moyenne des actions : $G_k = G_{0,5}$.

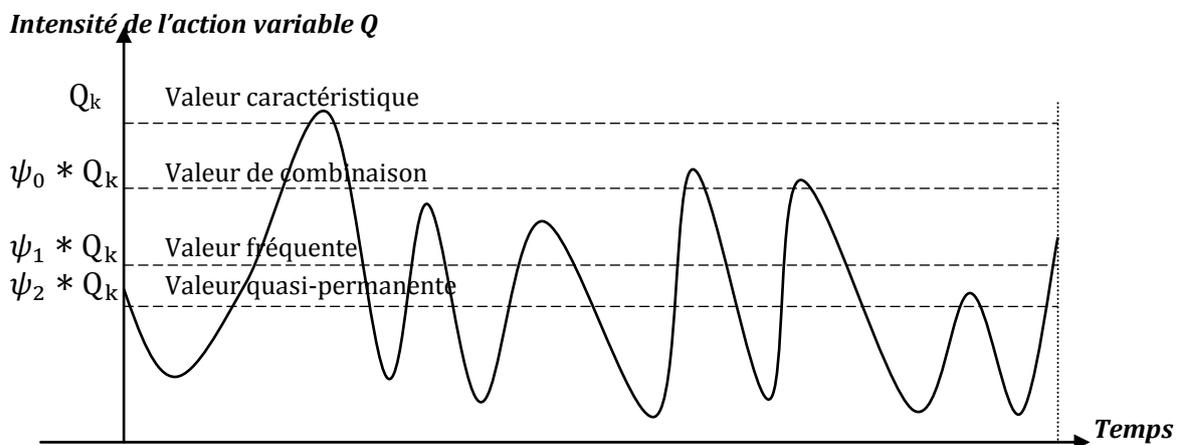
3.3. Actions variables Q

L'article 4.1.3 de la norme NF EN 1990 précise que les actions variables, notées Q, sont caractérisées par une présence, une durée et une intensité variables dans le temps. Classées en fraction de la valeur caractéristique de l'action variable Q_k , ces valeurs portent le nom de valeurs représentatives des actions.

Valeur caractéristique Q_k

La valeur caractéristique Q_k est la principale valeur représentative de l'action variable. Elle correspond à une probabilité de dépassement égale à 0,02 par an, soit une période de retour de $\frac{1}{0,02} = 50$ ans. Cela concerne la plupart des actions variables climatiques : neige, vent, température, ainsi que les charges d'exploitation sur les planchers de bâtiment.

Les différentes valeurs des actions variables Q



Valeur de combinaison $\psi_0 * Q_k$

La valeur de combinaison $\psi_0 * Q_k$ est la valeur à prendre en compte lorsque l'action est non dominante, c'est-à-dire lorsqu'elle est présente en même temps qu'une autre action variable considérée comme dominante et affectée de sa valeur caractéristique.

En effet, il est très peu probable que deux actions variables indépendantes atteignent leur maximum au même instant. Sommer deux actions variables à leur valeur caractéristique serait bien trop défavorable.

Valeur fréquente $\psi_1 * Q_k$ avec $\psi_1 < 1$

La valeur fréquente $\psi_1 * Q_k$ est la valeur à prendre en compte lorsque l'action peut être régulièrement dépassée, jusqu'à 300 fois par an pour des bâtiments ordinaires et jusqu'à 5% du temps total.

Valeur quasi-permanente $\psi_2 * Q_k$ avec $\psi_2 < \psi_1 < 1$

La valeur quasi-permanente $\psi_2 * Q_k$ est la valeur très souvent atteinte de l'action. Elle est proche de la valeur moyenne de l'action dans le temps.

Valeurs des coefficients ψ_i

Le tableau ci-dessous présente les coefficients ψ_i à appliquer sur différentes actions variables (Sources : NF EN 1991-1-1, NF EN 1991-1-3, NF EN 1991-1-4, NF EN 1991-1-5).

Actions	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Charges d'exploitation des bâtiments (NF EN 1991-1-1)			
Catégorie A: habitations, zones résidentielles	0,7	0,5	0,3
Catégorie B : bureaux	0,7	0,5	0,3
Catégorie C : lieux de réunion	0,7	0,5	0,6
Catégorie D : commerces	0,7	0,5	0,6
Catégorie E : stockage	1,0	0,9	0,8
Catégorie F : zone de trafic, véhicules de poids d'au plus 30kN	0,7	0,7	0,6
Catégorie G : zone de trafic, véhicules de poids compris entre 30 et 60kN	0,7	0,5	0,3
Catégorie H : toits	0	0	0
Charges dues à la neige sur les bâtiments (NF EN 1991-1-3)	0	0	0
Charges dues au vent sur les bâtiments (NF EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Température (hors incendie) dans les bâtiments (NF EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0

Le coefficient ψ_2 peut être interprété comme le taux d'occupation du local en moyenne dans le temps. Ainsi, un bâtiment de bureau est occupé en moyenne 30% du temps, soit 8 heures par jour sur l'année, et un lieu de stockage est occupé en moyenne 80% du temps.

3.4. Actions accidentelles

L'article 1.5.3.5 de la norme NF EN 1990 précise que les actions accidentelles sont des actions exceptionnelles, souvent évitables, et de courte durée d'application: séismes, chocs de véhicules ou de bateaux, incendies, explosions, cyclones, etc.

Compte tenu de leur caractère peu répétitif, une analyse statistique n'est pas envisageable. Les actions accidentelles sont signifiées par une valeur représentative unique, souvent fixée par les textes réglementaires.

3.5. Valeurs de calcul des actions

Les actions sont introduites dans le modèle de calcul avec des valeurs particulières appelées valeurs de calcul (art.6.3.1).

La valeur de calcul d'une action F_d est égale à sa valeur représentative F_{rep} multipliée par un coefficient de sécurité partiel γ_f .

$$F_d = \gamma_f * F_{rep} \quad \text{avec}$$

F_d : valeur de calcul de l'action

γ_f : coefficient partiel de l'action, qui tient compte de la possibilité d'écarts défavorables des valeurs de l'action par rapport aux valeurs représentatives ;

F_{rep} : valeur représentative de l'action : $F_{rep} = \psi * F_k$;

$\psi = 1, \psi_0, \psi_1$ ou ψ_2 ;

F_k = valeur caractéristique de l'action.

3.6. Valeurs de calcul des effets des actions

En application de l'article 6.3.2 de la norme NF EN 1990, pour un cas de charge spécifique, les valeurs de calcul des effets des actions E_d s'expriment comme suit :

$$E_d = \gamma_{sd} * E(\gamma_f * F_{rep}; a_d) \quad \text{avec}$$

a_d : valeurs de calcul des données géométriques

γ_{sd} : coefficient partiel tenant compte d'incertitudes dans la modélisation des effets des actions et, dans certains cas, dans la modélisation des actions.

3.7. Combinaisons d'actions

3.7.1. Définitions

L'article 6.4.3 de la norme NF EN 1990 indique que les combinaisons d'actions sont les superpositions linéaires d'actions simultanées. Dans ces combinaisons, les actions sont introduites avec différentes valeurs représentatives F_{rep} : en effet, cumuler les effets de plusieurs actions variables prises avec leurs valeurs caractéristiques serait peu réaliste et bien trop défavorable économiquement.

Il faut donc considérer tour à tour chaque action comme une action dominante et considérer toutes les autres comme des actions d'accompagnement. L'action dominante est calculée avec sa valeur caractéristique F_k et les actions d'accompagnement sont calculées avec leur valeur de combinaison $\psi_0 * F_k$.

Les combinaisons formées sont très nombreuses. Il est possible de ne considérer que les plus défavorables, en s'assurant qu'elles englobent les autres combinaisons mineures.

3.7.2. Combinaisons d'actions aux ELU

Les N actions permanentes sont introduites avec leur valeur caractéristique $G_{k,j}$; j varie de 1 à N.

Les M actions variables sont tour à tour actions variables de base affectées de leur valeur caractéristique $Q_{k,1}$, pour l'une d'elles, et actions variables d'accompagnement affectées de leur valeur de combinaison $\psi_0 * Q_{k,i}$ pour les M-1 restantes.

3.7.3. Combinaisons d'actions ELS

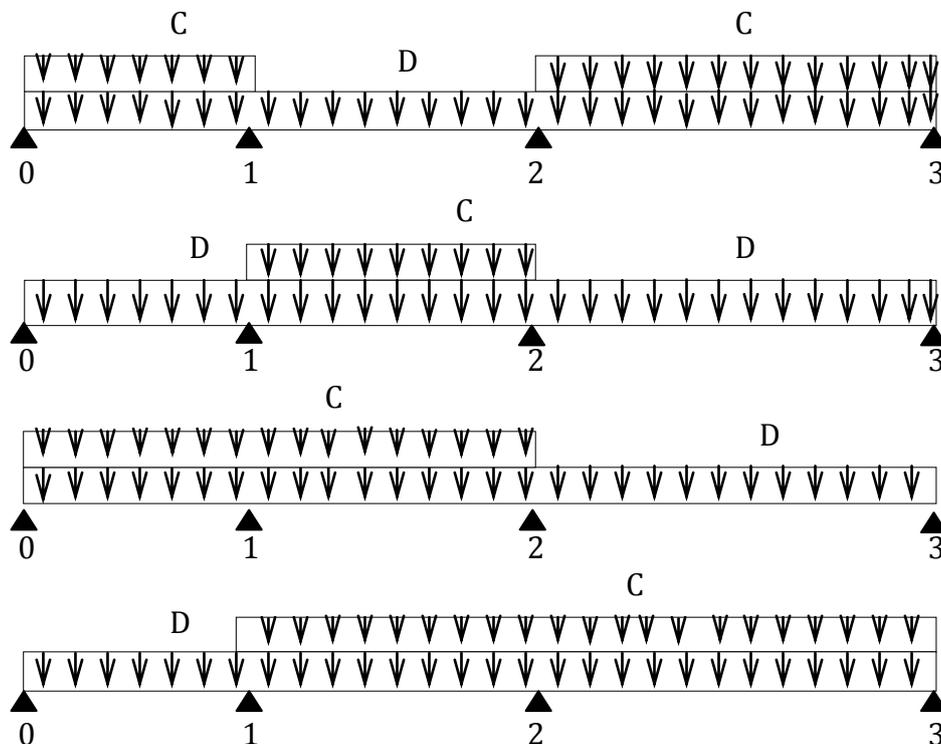
Elles sont données par l'article 6.5 de la norme NF EN 1990.

3.7.4. Cas de charges

La présence d'actions variables favorables ou défavorables au sein d'une combinaison fait apparaître plusieurs cas possibles de chargement : ce sont les cas de charges.

Considérons une poutre à trois travées aux états limites ultimes de résistance avec une seule charge variable Q . La combinaison fondamentale s'écrit $1,35G+1,5Q$.

Afin d'obtenir les sollicitations les plus défavorables, on envisage différents cas de charges. Notons C (chargée) les travées chargées par $1,35G+1,5Q$ et D (déchargée) les travées déchargées en exploitation, soit $1,35G$.



- ✓ Le moment fléchissant maximum en travée 1 est atteint en chargeant cette travée 1 et en déchargeant la travée 2 (cas CDC).
- ✓ Le moment fléchissant maximum en travée 2 est atteint en chargeant cette travée 2 et en déchargeant les travées 1 et 3 (cas DCD).
- ✓ Les moments fléchissants maximums sur appuis sont atteints en chargeant les travées adjacentes à l'appui considéré (cas CCD et DCC).

4. Matériaux

4.1. Valeur caractéristique

L'article 1.5.4.1 de la norme NF EN 1990 précise que la propriété de référence pour caractériser un matériau de construction est la résistance à la compression ou à la traction. Pour un nombre infini de résultats d'essais, la résistance caractéristique ou valeur caractéristique f_k du matériau peut être définie par :

$$f_k = f_m - K * \sigma \quad \text{avec}$$

- f_m résistance moyenne des résultats d'essais ;
- σ écart type des résultats d'essais ;
- K variable aléatoire de la loi normale centrée réduite.

La valeur caractéristique est définie comme la valeur de résistance qui a une probabilité donnée de ne pas être dépassée. La norme NF EN 1990 fixe cette probabilité à :

- ✓ 5% si la valeur basse est défavorable (cas général, sols et roches compris)
- ✓ 95% si la valeur haute est favorable (cas rare). Ainsi, pour la valeur basse défavorable, $K=1,64$.

Les autres propriétés, telles que le module d'élasticité, le coefficient de fluage ou le coefficient de dilatation thermique, sont représentées par la valeur moyenne car elles peuvent avoir, selon le cas, des effets favorables ou défavorables à un degré non significatif.

4.2. Valeur de calcul

L'article 6.3 de la norme NF EN 1990 stipule que la valeur de calcul de la résistance d'un matériau f_d est égale à :

$$f_d = \eta * \frac{f_k}{\gamma_m} \quad \text{avec}$$

- f_k résistance caractéristique
- γ_m coefficient partiel de sécurité qui tient compte de l'incertitude sur la valeur caractéristique et d'éventuels défauts localisés ;
- η coefficient de conversion qui tient compte de l'effet de la durée de la charge, des effets de volume et d'échelle, des effets de l'humidité, de la température, etc.

4.3. Principe général de vérification des constructions

4.3.1. Etats limites ultimes

Les états limites ultimes sont à vérifier selon l'article 6.4 de la norme NF EN 1990.

Etats limites ultimes statiques EQU

Il faut vérifier que (art. 6.4.2(1), expression 6.7) $E_{d,dst} \leq E_{d,stb}$ avec

$E_{d,dst}$ valeur de calcul de l'effet des actions destabilisatrices

$E_{d,stab}$ valeur de calcul de l'effet des actions stabilisatrices

Etats limites ultimes de résistance STR et/ou GEO

Il faut vérifier que (art. 6.4.2(2), expression 6.8) $E_d \leq R_d$ avec

E_d valeur de calcul de l'effet des actions : force interne, moment ou vecteur représentant plusieurs forces internes ou moments;

R_d valeur de calcul de la résistance correspondante

4.3.2. Etats limites de service

En application de l'article 6.5.1 de la norme NF EN 1990, il faut vérifier que

$$E_d \leq C_d \quad \text{avec}$$

E_d valeur de calcul de l'effet des actions intervenant dans le critère d'aptitude au service, déterminé à partir de la plus défavorable des combinaisons d'actions;

C_d valeur de calcul limite correspondant au critère d'aptitude au service considéré.

Eurocode 1

Actions sur les structures

(NF EN 1991)

La norme NF EN 1991 (Actions sur les structures) définit les actions à prendre en compte pour le calcul des structures, au sens large, que les structures soient en acier, en bois ou en béton armé.

Cette norme est scindée en quatre parties principales :

- ✓ Partie 1 : actions générales;
- ✓ Partie 2 : actions sur les ponts, dues au trafic;
- ✓ Partie 3 : actions induites par les appareils de levage et les machines;
- ✓ Partie 4 : silos et réservoirs.

Seule la partie 1 est traitée, et plus particulièrement les actions les plus courantes, à savoir les poids volumiques, les poids propres et les charges d'exploitation, puis les charges de neige, et enfin les actions dues au vent.

1. Poids volumiques, poids propres et charges d'exploitation (NF EN 1991-1-1)

La partie 1-1 de la norme NF EN 1991, relative au poids volumique, au poids propre et aux charges d'exploitation des bâtiments, donne des bases d'évaluation du poids propre des constructions et décrit les charges d'exploitation à introduire dans les calculs de stabilité des structures des bâtiments.

Poids volumique

Le poids volumique apparent est le poids d'un matériau par unité de volume, pour une distribution normale de microvides, de vides et de pores (art.1.4.1 de la norme NF EN 1991-1-1). Il est exprimé en kN/m^3 ou plus couramment en N/m^3 . L'annexe A de la norme NF EN 1991-1-1 fournit des valeurs de poids volumique des matériaux de construction courants et des matériaux stockés.

Poids propre

Le poids propre est l'action exercée par le matériau sur la construction. Il est développé dans la section 5 de la norme NF EN 1991-1-1. Dans la plupart des cas, le poids propre des constructions est représenté par une valeur caractéristique unique, et calculé sur la base des dimensions nominales et des valeurs caractéristiques des poids volumiques correspondants.

2. Charges d'exploitation

Les charges d'exploitation des bâtiments sont les charges provoquées par l'occupation des locaux. Elles sont développées dans la section 6 de la norme NF EN 1991-1-1. Les valeurs indiquées dans cette section tiennent compte :

- ✓ de l'usage que les personnes font des locaux ;
- ✓ des meubles et objets mobiles tels que les cloisons mobiles, les rangements, les marchandises de conteneurs ;
- ✓ des véhicules ;
- ✓ des événements rares prévus tels que concentrations de personnes ou de mobilier, ou déplacement ou empilage d'objets susceptibles de se produire à l'occasion d'une réorganisation ou d'un changement de décoration.

Catégories d'usage des surfaces des bâtiments

Les surfaces des bâtiments résidentiels, sociaux, commerciaux ou administratifs sont classées selon leur usage spécifique.

Catégories d'usage des bâtiments

(Source: NF EN 1991-1-1, tableaux 6.1, 6.3, 6.7 et 6.9)

Caté-gorie	Usage spécifique	Exemple	
A	Habitation, résidence	Pièces des bâtiments et maisons d'habitation. Chambres et salles des hôpitaux. Chambres d'hôtels et de foyers. Cuisines et sanitaires	
B	Bureaux	-	
C	Lieux de réunion	C1	Espaces équipés de tables (écoles, cafés, restaurants, salles de banquets, salles de lecture, de réception)
		C2	Espaces équipés de sièges fixes (églises, théâtres cinémas, salles de conférence, de réunion, d'attente)
		C3	Espaces ne présentant pas d'obstacles à la circulation de personnes (musées, salles d'exposition, accès des bâtiments publics et administratifs, hôtels, hôpitaux, gares)
		C4	Espaces permettant des activités physiques (dancings, salles de gymnastique, scènes)
		C5	Espaces susceptibles d'accueillir des foules importantes (salles de concert, de sport, tribunes, terrasses, aires d'accès, quais de gare)
D	Commerces	D1	Commerces de détail courants
		D2	Grands magasins
E	Aires de stockage	E1	Surfaces susceptibles de recevoir une accumulation de marchandises (livres, documents, etc.), y compris l'aire d'accès
		E2	Usage industriel
F	Aires de circulation	Aires de circulation et de stationnement pour véhicules légers (PTAC ≤ 30kN) (garages, parkings à plusieurs niveaux)	
G		Aires de circulation et de stationnement pour véhicules de poids moyen (30kN < PTAC < 160kN) (zones de livraison, accès aux véhicules pompiers, parkings à plusieurs niveaux)	
H	Toitures	Toitures inaccessibles sauf pour entretien et réparations courantes	
I		Toitures accessibles sauf pour les usages des catégories A à D.	
K		Toitures accessibles pour des usages particuliers (hélistations par exemple).	

Intensité des charges

L'intensité des charges à appliquer sur la structure dépend de l'usage spécifique des locaux définis ci-dessus. Ces charges sont par nature variables en intensité et dans le temps: il faut donc recourir à leur valeur caractéristique, sachant que la valeur caractéristique d'une charge variable a une probabilité de dépassement de 2% par an.

Valeur caractéristique des charges

Les éléments porteurs de la structure doivent être vérifiés sous charge caractéristique surfacique uniformément répartie q_k et sous charge caractéristique ponctuelle Q_k (art. 6.3.1.2 de la norme NF EN 1991-1-1), mais pas simultanément. L'intensité de ces charges est donnée par le tableau 6.2 de l'annexe nationale française de la norme NF EN 1991-1-1.

Valeurs caractéristiques q_k et Q_k des catégories A à E d'usage des bâtiments

Catégorie	q_k (kN/m ²)	Q_k (kN)
Catégorie A		
Planchers	1,5	2,0
Escaliers	2,5	2,0
Balcons	3,5	2,0
Catégorie B	2,5	4,0
Catégorie C		
C1	2,5	3,0
C2	4,0	4,0
C3	4,0	4,0
C4	5,0	7,0
C5	5,0	4,5
Catégorie D		
D1	5,0	5,0
D2	5,0	7,0
Catégorie E		
E1	7,5	7,0
E2	(1)	(1)

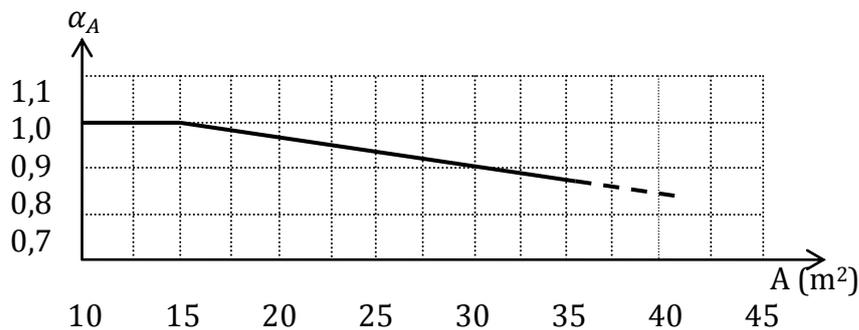
(1) Là où des équipements tels que grues, matériel lourd, etc. doivent être installés, il convient de déterminer leurs effets sur la structure conformément à la norme NF EN 1991-3.

Réduction pour grande surface

Les charges d'exploitation des catégories A, B, C3, D1 et F sont indiquées pour une surface de référence égale à 15m². Pour des surfaces supérieures, la clause 6.3.1.2 (10) de la norme NF EN 1991-1-1/NA précise qu'il est possible de diminuer légèrement la valeur de la charge d'exploitation en la multipliant par un coefficient α_A selon la règle suivante que traduit la figure ci-dessous :

$$\alpha_A = \text{Min}\left\{0,77 + \frac{3,5}{A}; 1\right\} \text{ avec}$$

A surface d'influence du poteau chargé (en m²)



Dégression en fonction du nombre d'étages

Pour tenir compte de la non-simultanéité des charges d'exploitation sur tous les niveaux, la clause 6.3.1.2 (11) de la norme NF EN 1991-1-1/NA stipule qu'il est possible de minorer l'ensemble des charges d'exploitation des niveaux supérieurs par un coefficient α_n .

Catégories concernées	$\alpha_n(1)$
A	$0,5 + \frac{1,36}{n}$
B et F	$0,7 + \frac{0,8}{n}$

Avec n: nombre d'étages ($n > 2$) au-dessus des éléments structuraux chargés de la même catégorie.

Cette dégression n'est pas cumulable avec les réductions pour grandes surfaces. Elle ne concerne pas les autres catégories.

Si un ou deux étages de catégorie différente figurent au-dessus de l'élément chargé, alors ces étages ne sont pas concernés par la dégression.

3. Charges de neige

Néant

4. Charges de vent

A cause de la petite taille du bâtiment (à peine deux niveaux) et de la robustesse de la structure béton, les actions dues au vent sont négligées.

Eurocode 2

Calcul des structures en béton

(NF EN 1992)

La norme de base pour le calcul des structures en béton est l'Eurocode 2. L'Eurocode 2 comprend quatre normes permettant de concevoir et dimensionner les structures et les éléments structuraux des constructions en béton (bâtiments, ouvrages d'art, silos et réservoirs...) et ou de vérifier les propriétés mécaniques des éléments structuraux préfabriqués en béton.

Ces normes permettent le calcul des bâtiments et des ouvrages de génie civil en béton non armé, en béton armé ou en béton précontraint. Elles traitent, en conformité avec l'Eurocode 0, des principes et des exigences pour la résistance mécanique, la sécurité, l'aptitude au service, la durabilité et la résistance au feu des structures en béton.

Le béton

Cette étude du béton est scindée en deux parties:

- ✓ la première partie présente un historique des évolutions du béton, traite de sa composition et aborde la thématique du développement durable ;
- ✓ la seconde présente les aspects les plus règlementaires de la norme NF EN 1992-1-1 : modélisation du comportement du béton à la compression, à la traction, calcul du module d'élasticité, etc.

1. Définitions

Le béton utilisé pour la construction en béton armé est constitué de ciment, de granulats, d'eau et éventuellement d'adjuvants. Ce matériau composite est moulable. Sa prise est progressive et il durcit continûment au fil du temps.

Le coulis est un mélange très fluide de ciment et d'eau. Il est très utilisé dans le domaine de la géotechnique en injection; l'injection ayant pour but d'améliorer la résistance mécanique et/ou de réduire la perméabilité du milieu traité.

Lorsque les granulats utilisés avec le liant hydraulique se réduisent à des sables, le mélange s'appelle alors mortier : le mortier est utilisé en maçonnerie comme élément de liaison, de scellement ou comme enduit.

Le béton frais associé à de l'acier permet d'obtenir le béton armé, matériau de construction courant depuis un siècle environ.

2. Caractéristiques du béton

La caractéristique principale du béton est sa résistance à la compression. Cette valeur permet de définir la classe du béton et de dégager des paramètres de calcul : le module d'élasticité, la résistance à la traction et les déformations du diagramme contraintes-déformations.

Essai de compression

C'est l'essai phare. Il fait l'objet de la norme NF EN 12930-3 et est réalisé sur éprouvettes de béton durci

Classement des bétons

En vertu de l'article 3.1.2 de la norme NF EN 1992-1-1, les bétons sont classés en fonction de leur résistance caractéristique et notés CX/Y, où X représente la résistance caractéristique à 28 jours mesurée sur éprouvettes cylindriques, et Y représente la résistance caractéristique à 28 jours mesurée sur éprouvettes cubiques.

Les classes de résistance sont les suivantes : C12/15, C16/20, C20/25, C25/30 ; C30/37, C35/45, C40/50, C45/55, C50/60, C55/67, C60/75, C70/85, C80/95, C90/105, C100/115.

Résistance de calcul

Le calcul des sections en béton armé repose sur la résistance de calcul en compression f_{cd} et donc sur l'équation suivante (art. 3.1.6(1))

$$f_{cd} = \alpha_{cc} * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{avec}$$

α_{cc} coefficient qui tient compte des effets à long terme sur la résistance à la compression du béton. L'annexe nationale française préconise $\alpha_{cc}=1$.

γ_c coefficient partiel relatif au béton ;

$\gamma_c = 1,5$ pour les situations de projet durables (en service) et transitoires (phase de travaux);

$\gamma_c = 1,2$ pour les situations de projet accidentelles

Evolution dans le temps

La résistance du béton évolue continûment dans le temps. La résistance moyenne en compression à j jours est liée à la résistance moyenne à 28 jours par la relation suivante (art.3.1.2 (6))

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) * f_{cm} \quad \text{avec}$$

$\beta_{cc}(t)$ coefficient qui dépend de l'âge du béton $\beta_{cc}(t) = e^{s * (1 - \sqrt{\frac{28}{t}})}$

t âge du béton (jours)

s coefficient qui dépend du type de ciment

s=0,20 pour les ciments de classe R (CEM 42.5R, CEM 52.5N, CEM 52.5R)
s=0,25 pour les ciments de classe N (CEM 32.5R, CEM 42.5N)
s=0,38 pour les ciments de classe S (CEM 32.5N)

Résistance à la traction

Résistance caractéristique

La résistance caractéristique à la traction est déduite de la résistance moyenne à la traction. La résistance moyenne à la traction en flexion des éléments en béton armé dépend de leur résistance moyenne en traction directe et de la hauteur de leur section droite (art. 3.1.8).

$$f_{ctm,fl} = \text{Max}\left\{\left(1,6 - \frac{h}{1000}\right) * f_{ctm}; f_{ctm}\right\} \quad \text{avec}$$

f_{ctm} résistance moyenne en traction directe :

$$f_{ctm} = 0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad \text{lorsque } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 2,12 * \ln\left(1 + \frac{f_{ck} + 8}{10}\right) \quad \text{lorsque } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

h hauteur totale de l'élément (mm)

Cette relation s'applique également à la valeur caractéristique.

Lorsque la résistance en traction est déterminée par fendage, $f_{ct,sp}$ (dit «essai brésilien»), il est possible de prendre, pour la résistance en traction directe f_{ct} , une valeur approchée égale à $f_{ct} = 0,9 * f_{ct,sp}$. La résistance caractéristique à la traction $f_{ctk,0,05}$ (fractile de 5%) est donnée par la relation suivante :

$$f_{ctk,0,05} = 0,7 * f_{ctm}$$

Résistance de calcul

La résistance de calcul en traction est égale à (art. 3.1.6 (2)) $f_{ctd} = \alpha_{ct} * \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c}$

avec α_{ct} coefficient qui tient en compte des effets à long terme sur la résistance à la traction du béton.

La norme NF EN 1992-1-1 préconise $\alpha_{ct} = 1$, valeur confirmée dans l'annexe nationale française ; en revanche, si la résistance en traction du béton est déterminée à un âge $t > 28$ jours, il faut multiplier α_{ct} par $k_t = 0,85$:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad \text{lorsque } t \leq 28 \text{ jours}$$

$$f_{ctd} = 0,85 * \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad \text{lorsque } t > 28 \text{ jours}$$

Evolution dans le temps

L'évolution de la résistance à la traction du béton dépend fortement des conditions de cure, de séchage et des dimensions des éléments. En première approximation, on admet que la résistance moyenne en traction f_{ctm} vaut (art.3.1.2(9)):

$$f_{ctm}(t) = \beta_{cc}(t)^\alpha * f_{ctm} \quad \text{avec}$$

$\alpha=1$ lorsque $t < 28$ jours
 $\alpha=\frac{1}{3}$ lorsque $t \geq 28$ jours

La résistance à la traction du béton évolue de la même façon que sa résistance à la compression avant 28 jours.

3. Fluage

Description du phénomène

Le fluage est une déformation lente et irréversible du matériau sous l'effet d'une contrainte extérieure constante. Pour le béton, les déformations de fluage ne sont pas négligeables puisqu'elles peuvent représenter jusqu'à deux fois les déformations instantanées.

Ainsi, la déformation du fluage à long terme $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$ peut représenter trois fois la déformation instantanée :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = 3 * \varepsilon_{cc}(t_0, t_0)$$

Prescription réglementaire

La déformation due au fluage du béton à l'instant $t=\infty$ notée $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$ sous une contrainte de compression constante σ_c appliquée à l'âge du béton t_0 est donnée par les relations suivantes (art. 3.1.4) :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) * \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \text{lorsque} \quad \sigma_c \leq 0,45 * f_{ck}(t_0)$$

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) * e^{1,5 * (k_\sigma - 0,45)} * \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \text{lorsque} \quad \sigma_c > 0,45 * f_{ck}(t_0)$$

avec

E_c module d'élasticité tangent à l'origine de la loi de composition du béton ;
 $E_c = 1,05 * E_{cm}$, E_{cm} module d'élasticité sécant du béton

k_σ rapport de la contrainte de compression σ_c sur la résistance moyenne en compression du béton à la date du chargement

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c}{f_{cm}(t_0)}$$

La première expression est valable dans le cas d'un fluage linéaire, sous une contrainte modérée. Si la contrainte de compression dépasse $0,45 * f_{ck}(t_0)$, il faut tenir compte de la non-linéarité du fluage : c'est le cas de la précontrainte par pré-tension, par exemple.

Le coefficient de fluage $\varphi(\infty, t_0)$ est déterminé à partir des abaques de l'article 3.1.4 de la norme NF EN 1992-1-1 et de l'annexe B informative relative aux déformations dues au fluage et au retrait :

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) \quad \text{avec}$$

φ_{RH} facteur qui tient compte de l'influence de l'humidité relative sur le fluage :

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{pour } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1 \right] * \alpha_2 \quad \text{pour } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

RH humidité relative de l'environnement ambiant (%)
 h₀ rayon moyen de l'élément (mm)
 $h_0 = \frac{2 * A_c}{u}$ avec
 A_c l'aire de la section droite
 u le périmètre de l'élément en contact avec l'atmosphère
 α_i coefficient tenant compte de l'influence de la résistance du béton

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2}$$

β(f_{cm}) facteur qui tient compte de l'influence de la résistance du béton sur le fluage ;

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

β(t₀) facteur qui tient compte de l'influence de l'âge du béton au moment du chargement sur le fluage ;

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

4. Retrait

Description du phénomène

Le retrait est une déformation évolutive que traduit une réduction dimensionnelle en l'absence de chargement. Le retrait du béton a trois origines principales.

Retrait de dessiccation (ou retrait plastique)

Le retrait de dessiccation (ou retrait plastique) est créé par la différence d'humidité relative entre la pâte de ciment et le milieu extérieur.

Il apparaît très rapidement après la mise en œuvre du béton, pendant la phase de prise jusqu'à la phase de durcissement. Les déformations de retrait engendrent des contraintes qui peuvent dépasser la résistance en traction du béton et provoquer des fissurations.

La cure du béton (arrosage, film plastique) a pour objectif de prévenir les effets de ce retrait, en rétablissant l'équilibre d'humidité entre les deux milieux durant cette courte période.

Retrait endogène (ou retrait d'auto-dessiccation)

Ce retrait est provoqué par la pâte de ciment elle-même sans échange d'humidité avec l'extérieur, lors de la prise et du durcissement du béton.

Retrait thermique

Le retrait thermique est provoqué par le retour à température ambiante du béton ayant subi une élévation de température due aux réactions exothermiques d'hydratation du ciment. L'utilisation de ciment à faible chaleur d'hydratation est préconisée pour limiter ce retrait.

Prescription réglementaire

L'article 3.1.4(6) de la norme NF EN 1992-1-1 retient uniquement les effets dus au retrait de dessiccation et au retrait endogène.

La déformation totale de ces deux retraits ϵ_{cs} est égale à : $\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$ avec
 ϵ_{cd} déformation due au retrait de dessiccation
 ϵ_{ca} déformation due au retrait endogène

La déformation ϵ_{cd} , appelée retrait de dessiccation, évolue en fonction du temps:

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) * k_h * \epsilon_{cd,0} \quad \text{avec}$$

✓ k_h = coefficient dépendant du rayon moyen h_0 ;

✓ $\epsilon_{cd,0}$ = retrait de dessiccation non gêné ;

✓ $\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0,04 * h_0^{\frac{2}{3}}}$

t est l'âge du béton à l'instant considéré, t en jours

t_s est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation
(en général à la fin de la cure)

h_0 est le rayon moyen (mm) de la section transversale;

$h_0 = 2 * \frac{A_c}{u}$; avec A_c aire de la section du poteau

u périmètre de la partie exposée à la dessiccation

La déformation ϵ_{ca} , appelée retrait endogène, évolue en fonction du temps :

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) * \epsilon_{ca}(\infty)$$

✓ $\epsilon_{ca}(\infty) = 2,5 * (f_{ck} - 10) * 10^{-6}$

✓ $\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2 * t^{0,5})}$ (t en jours)

Dans les bâtiments, les effets de la température et du retrait peuvent être négligés si (EC2, 2.3.3 et AN) des joints espacés de d_{joint} sont prévus : (en général $d_{joint} \leq 30m$).

5. Diagrammes contraintes-déformations

Comportement expérimental

Le diagramme contraintes-déformations s'obtient lors de la réalisation de l'essai de compression sur éprouvette en béton durci. Les éprouvettes sont équipées de jauges extensométriques reliées à un ordinateur et à une imprimante qui trace la courbe contraintes-déformations jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

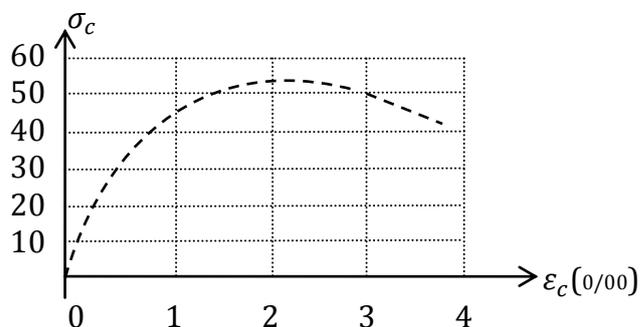
La courbe contraintes-déformations peut se décomposer en trois zones :

- ✓ une première zone où le diagramme est presque linéaire
- ✓ une deuxième zone où la courbe s'incurve pour atteindre un pic de contrainte
- ✓ une troisième zone où les contraintes supportées diminuent : le béton est endommagé et la rupture se produit.

Comportement expérimental du béton en compression

La norme NF EN 1992-1-1 propose quatre diagrammes différents pour modéliser le comportement du béton :

- ✓ le premier diagramme est utilisé pour l'étude des instabilités géométriques des poteaux
- ✓ les trois autres sont des diagrammes de calcul à utiliser pour le dimensionnement des sections



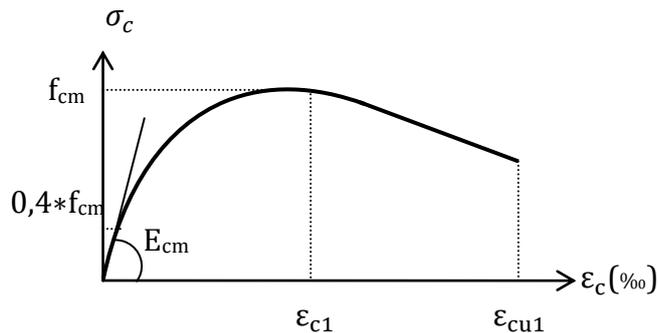
Analyse structurale non-linéaire

Ce diagramme contraintes-déformations représente fidèlement le comportement du béton en compression. Il est utilisé essentiellement pour le calcul au flambement.

L'équation qui régit le comportement du béton sous un chargement uniaxial de courte durée est la suivante (art.3.1.5 (1)) :

$$\sigma_c = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \cdot f_{cm} \quad \text{avec}$$
$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad k = 1,05 \cdot E_{cm} \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}}$$

Diagramme contraintes-déformations pour l'analyse structurale



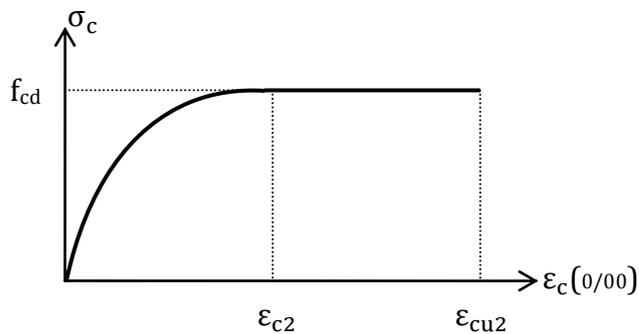
L'utilisation de $0,4 \cdot f_{cm}$ pour la définition du module d'élasticité sécant du béton E_{cm} est une approximation. La déformation au pic de contrainte ϵ_{c1} et la déformation à la rupture ϵ_{cu1} sont calculées par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \epsilon_{c1} &= 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} \\ \epsilon_{cu1} &= 3,5 && \text{lorsque } f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ \epsilon_{cu1} &= 2,8 + 27 \cdot \left(\frac{98 - f_{cm}}{100}\right)^4 && \text{lorsque } f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Calcul des sections : le diagramme parabole-rectangle

Pour calculer la section d'acier à mettre en œuvre dans une section de béton donnée, il est possible de simplifier le diagramme précédent et d'utiliser le diagramme parabole-rectangle régi par les relations suivantes (figure 4.10) (art. 3.1.7(1)) :

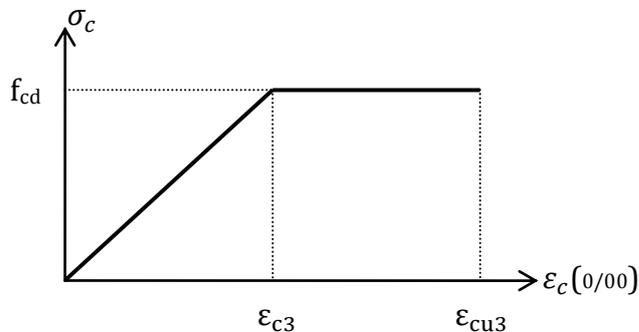
$$\begin{aligned} \sigma_c &= f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}}\right)^n\right] && \text{lorsque } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \\ \sigma_c &= f_{cd} && \text{lorsque } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} \quad \text{avec} \\ n &= 2 && \text{et } \epsilon_{c2} = 2 \quad \text{pour } f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ n &= 1,4 + 23,4 \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100}\right)^4 && \text{et } \epsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad \text{pour } f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \end{aligned}$$



Dans le cas d'un béton courant ($f_{ck} < 50 \text{ MPa}$), $\epsilon_{c2} = 2\text{‰}$, $\epsilon_{cu2} = 3,5\text{‰}$ et $n = 2$.

Calcul des sections : le diagramme bilinéaire

Le calcul des sections peut également se fonder sur le diagramme bilinéaire (art.3.1.7 (2)). Ce diagramme se compose d'une partie linéaire jusqu'à ϵ_{c3} suivie d'un palier plastique jusqu'à ϵ_{cu3} .

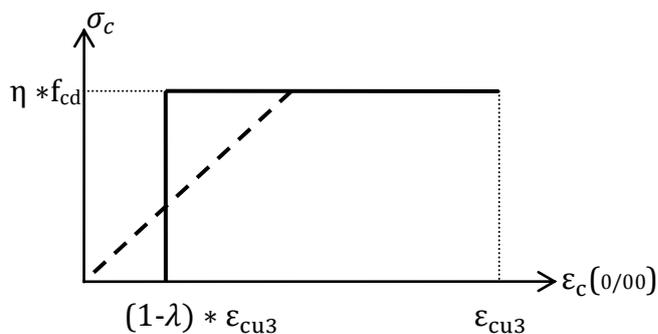


Les valeurs des déformations ϵ_{c3} et ϵ_{cu3} des classes courantes des résistances du béton sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \epsilon_{c3} &= 1,75 && \text{pour } f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ \epsilon_{cu3} &= 2,6 + 35 * \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 && \text{pour } f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Calcul des sections : le diagramme rectangulaire

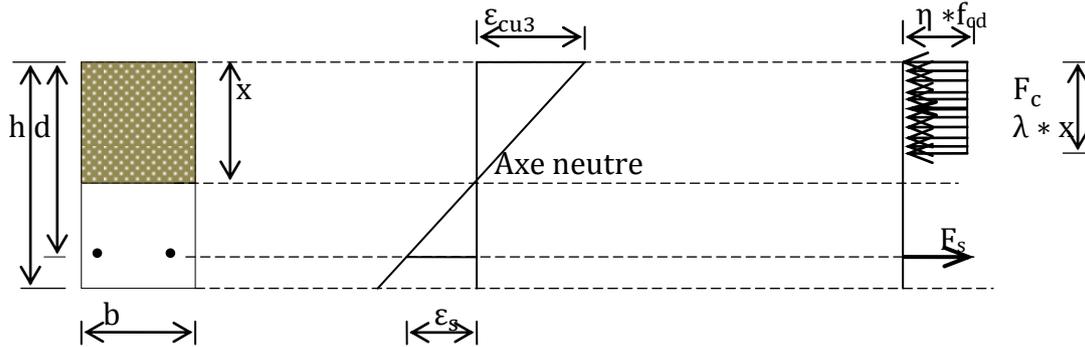
Le diagramme rectangulaire est composé d'une première zone de déformation, de $\epsilon_c = 0$ à $\epsilon_c = (1-\lambda) * \epsilon_{cu3}$, où la contrainte est nulle ; puis elle atteint brusquement une contrainte $\sigma_c = \eta * f_{cd}$ pour les déformations de $\epsilon_c = (1-\lambda) * \epsilon_{cu3}$ à $\epsilon_c = \epsilon_{cu3}$ (art.3.1.7 (3)).



Les coefficients η et λ pour des classes courantes de résistance du béton prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,8 && \text{et} && \eta &= 1,0 && \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \lambda &= 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} && \text{et} && \eta &= 1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} && \text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Sur une distance de $0,2 * x$ à partir de l'axe neutre, la contrainte est nulle ; sur la distance $0,8 * x$ restante, la contrainte vaut f_{cd} .



6. Module d'élasticité

L'expression du module d'élasticité instantané est de la forme (EC2 3.1.3(2))

$$E_{cm} = 22 * \left[\left(\frac{f_{cm}}{10} \right) \right]^{0,3} \quad \text{avec}$$

E_{cm} en GPa et f_{cm} en MPa

Cette expression est valable pour un béton de granulats de quartzite âgé de 28 jours.

Ces valeurs sont à:

- ✓ réduire de 10% pour des granulats calcaires;
- ✓ réduire de 30% pour des granulats issus de grès;
- ✓ augmenter de 20% pour des granulats issus de basalte;

L'expression du module différé est de la forme (EC2 3.1.3(2)) :

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

Le module d'élasticité du béton évolue dans le temps selon la règle suivante :

$$E_{cm}(t) = \left[\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right]^{0,3} * E_{cm} \quad \text{avec}$$

$E_{cm}(t)$ et $f_{cm}(t)$ valeurs à l'âge de t jours
 E_{cm} et f_{cm} valeurs à l'âge de 28 jours

L'acier

1. Présentation

L'acier est un alliage de fer, de carbone et d'additions. La proportion de carbone se situe entre 0,01% et 2% en masse. L'augmentation de la teneur en carbone améliore la résistance mécanique et la dureté de l'alliage : il est question d'aciers doux, mi-doux, mi-durs, durs ou extra-durs.

La fonte est également un alliage de fer et de carbone, mais la proportion de ce dernier est beaucoup plus élevée, de 2% à 7% environ.

Les additions permettent aux aciers de résister à des sollicitations mécaniques ou des agressions chimiques, voire les deux. Les éléments d'addition sont principalement le manganèse (Mn), le chrome (Cr), le nickel (Ni) et le molybdène (Mo).

La fabrication de l'acier commence par la distillation du charbon dans des fours pendant plusieurs heures, afin de le débarrasser de toutes ses impuretés volatiles. On obtient alors un produit de distillation : le coque. On introduit en couches alternées le minerai de fer et le coque solide dans un haut fourneau à 1 500°C, afin d'obtenir de la fonte. A l'aciérie, la fonte est ajoutée à de la ferraille dans un convertisseur, puis soufflée à l'oxygène pour obtenir l'acier de base. L'acier est versé dans des poches dans lesquelles sont ajoutés les ferro-alliages selon un dosage très précis. Puis, il est coulé dans une lingotière spéciale qui le solidifie sous forme d'une longue bande ininterrompue : la brame, qui est ensuite découpée par des chalumeaux. La brame est un parallélépipède d'acier d'environ 10m de long sur 1,5m de large sur 20cm d'épaisseur. Elle pèse en moyenne 25 tonnes et est laminée à chaud pour devenir une bobine, un profilé IPE, un tube circulaire, carré, etc.

2. Caractéristiques des aciers

2.1. Différents types d'armatures

On rencontre sur les chantiers deux types d'armatures qui se différencient par leur nuance et leur état de surface : les ronds lisses et les barres de haute adhérence, dites barres HA.

Ces armatures font l'objet de la norme NF EN 10 080, homologuée en septembre 2005: Cette norme précise le classement des armatures, les caractéristiques mécaniques, l'adhérence, la géométrie de la surface, les méthodes d'essais, etc. Les aciers sont tous repérés par la lettre B, suivie de leur limite élastique et de leur classe de ductilité, A, B ou C

Ronds lisses

Ce sont des aciers bruts de laminage, à 0,01% de carbone. Leur limite élastique est de 235MPa. Ils ont un allongement à la rupture extrêmement élevé qui peut atteindre 25%.

Ils sont classés dans la catégorie C, celle des aciers les plus ductiles, et notés B235C. De section circulaire, ils sont parfaitement lisses en surface, sans aucune gravure.

Ces barres ne conviennent pas pour des éléments de structure en béton armé, en raison d'une adhérence médiocre, d'une faible limite élastique et d'un allongement à la rupture élevé : la norme NF EN 1992-1-1 ne les mentionne pas. Elles sont néanmoins utilisées pour leur grande ductilité en épingles de levage.

Aciers HA

En barres

Ce sont des aciers dont la teneur plus forte en carbone (0,3%) entraîne une augmentation de la limite élastique : 500MPa au lieu de 235MPa pour les ronds lisses, et une baisse de la ductilité : l'allongement à la rupture est de l'ordre de 10%.

De plus, la présence de nervures transversales (ou verrous) en surface augmente l'adhérence à l'interface acier-béton, et rend possible leur utilisation dans les éléments de structure en béton armé : poutres, dalles, planchers, poteaux, semelles, etc. Ces aciers sont livrés en barres de 6 à 40mm. Le tableau ci-après présente la section et le poids métrique des aciers en fonction de leurs diamètres.

Section d'acier d'une barre de diamètre ϕ

Diamètre (mm)	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Masse (kg/m)	0,222	0,395	0,617	0,888	1,208	1,578	2,466	3,853	6,313	9,865
Section (mm ²)	28	50	79	113	154	201	314	491	804	1 257

En treillis soudés

Les treillis soudés permettent de mettre en œuvre rapidement les éléments plans de structure tels que voiles de bâtiment ou de murs de soutènement, semelles, dalles et dallages, radiers.

Ils sont disponibles en panneaux de 2,4*6m, pour la plupart des treillis de structure, ou en rouleaux pour les petits diamètres, et sont composés de barres HA.

L'Association Technique pour le Développement de l'Emploi du Treillis Soudé (ADETS) propose 5 treillis soudés antifissuration standard, et une dizaine de treillis de structure.

Un système de notation spécifique a été mis au point.

3. Résistance à la traction

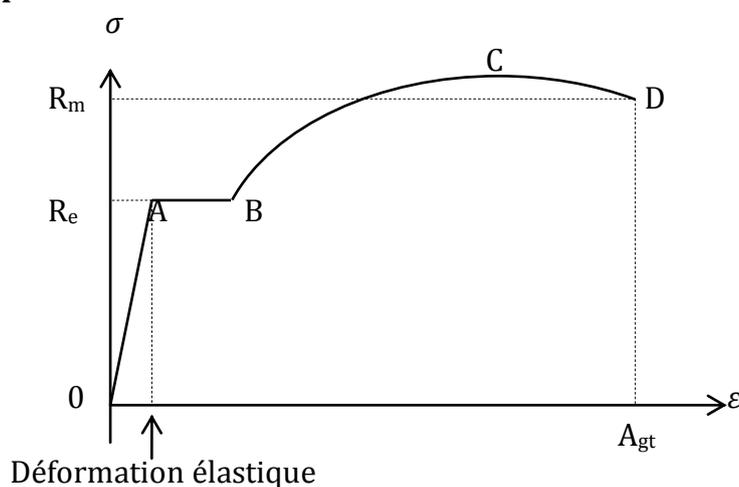
Essai de traction sur éprouvette

L'essai de traction est réalisé à l'aide d'une machine de traction, d'un capteur de déplacement et d'une table traçante qui dessine la courbe contraintes-déformations. Cet essai fait l'objet de la norme NF EN 10 002-1.

A partir de cette courbe, la norme d'essai définit:

- ✓ la résistance maximale à la traction R_m ;
- ✓ la limite élastique R_e ;
- ✓ le rapport de la résistance maximale à la traction sur la limite élastique $\frac{R_m}{R_e}$;
- ✓ la déformation sous charge maximale A_{gt} .

Courbe type contrainte-déformation d'un essai de traction sur acier



Les valeurs minimales requises par la norme NF EN 10 080 sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Classe	Ronds lisses	Aciers HA		
	C	A	B	C
Dénomination	B235C	B500A	B500B	B500C
R_e (MPa)	235	500	500	500
R_m/R_e	1,15	1,05	1,08	1,15
A_{gt} (%)	10	2,5	5	10

Les aciers sont spécifiés selon trois classes de ductilité : A, B, C.

Classe A: ductilité normale : Petits ϕ : 6 à 12mm, treillis soudés, cadres.

Classe B: haute ductilité : Acier courant ϕ 12 à 40mm, acier de flexion.

Classe C: très haute ductilité: Acier utilisé en calcul sismique, *non fabriqué en France*.

4. Diagrammes de calcul

Le comportement de l'acier est modélisé par un diagramme de calcul en introduisant des valeurs caractéristiques et un coefficient partiel de sécurité.

L'article 3.2.7 de la norme NF EN 1992-1-1 définit :

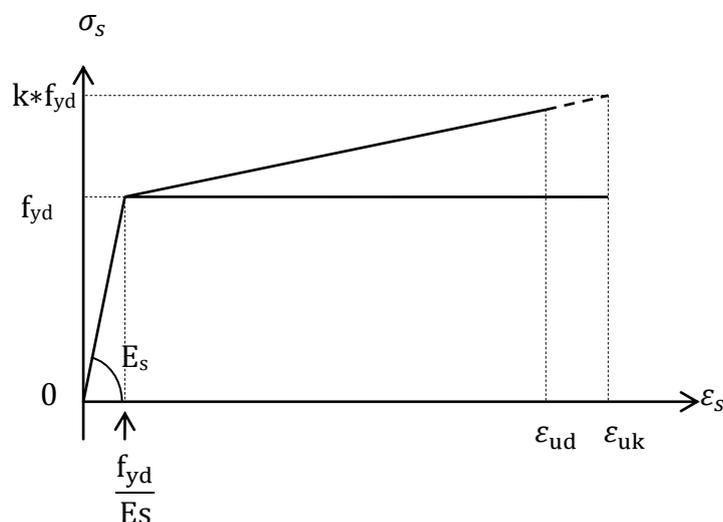
- ✓ la limite élastique caractéristique (fractile de 5%) f_{yk}
- ✓ le coefficient partiel relatif à l'acier γ_s ;
 - $\gamma_s = 1,15$ pour les situations de projet durables (en service) et transitoires (phase travaux);
 - $\gamma_s = 1,0$ pour les situations de projet accidentelles ;

Ainsi, la limite élastique de calcul f_{yd} est égale au rapport de la limite élastique caractéristique f_{yk} sur le coefficient partiel relatif à l'acier, γ_s . $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$.

La norme NF EN 1992-1-1 propose de choisir entre deux diagrammes de contraintes-déformations :

- ✓ diagramme avec palier plastique à f_{yd} sans limitation de déformation
- ✓ diagramme avec branche supérieure inclinée avec une limitation de la déformation égale à ε_{ud} et une contrainte maximale $k \cdot f_{yd}$ pour ε_{uk} .

Diagrammes contrainte-déformation de calcul pour les aciers (source :NF EN 1992-1-1, art.3.2.7(2), figure 3.8)



L'équation de la branche inclinée s'écrit :

$$\sigma_s = f_{yd} * \left[1 + \frac{(k-1) * \left(\varepsilon_s - \frac{f_{yd}}{E_s} \right)}{\left(\varepsilon_{uk} - \frac{f_{yd}}{E_s} \right)} \right] \quad \text{pour } \varepsilon_s \in \left[\frac{f_{yd}}{E_s}; \varepsilon_{ud} \right]$$

Les paramètres k , ε_{ud} , ε_{uk} dépendent de la classe des aciers établie par la norme NF EN 10 080.

Paramètres de contraintes et déformations par classes d'armatures

Dénomination selon la norme NF EN 10 080		B500A	B500B	B500C
Classe		A	B	C
Rapport de la contrainte à l'allongement ε_{uk} sur la limite d'élasticité de calcul f_{yd}	k	1,05	1,08	1,15
Valeur caractéristique de la déformation sous charge maximale	ε_{uk} (%)	2,5	5,0	7,5
Déformation maximale de calcul $\varepsilon_{ud}=0,9.\varepsilon_{uk}$	ε_{ud} (%)	2,25	4,5	6,75
Limite élastique caractéristique	f_{yk} (MPa)	500	500	500
Limite élastique de calcul avec $\gamma_s=1,15$ et palier	f_{yd} (MPa)	434,78	434,78	434,78
Limite élastique de calcul avec $\gamma_s=1,15$ et droite inclinée	f_{yd} (MPa)	454,14	465,93	493,28

Autres caractéristiques

Le module d'élasticité longitudinale : $E_s=2*10^5$ MPa

La masse volumique est de 78 500N/m³.

Le coefficient de dilatation thermique est $10^{-5}K^{-1}$

Durabilité et sécurité

1. Durabilité

1.1. Définition

La durabilité du béton est son aptitude à résister dans le temps aux agressions dont il est l'objet, sans perte significative de fonctionnalité et sans maintenance excessive. Ces agressions sont d'origines diverses: carbonatation, cycle gel-dégel, sels fondants, chlorures, eaux sulfatées, eaux douces, etc.

En première approche, une bonne prévention consiste à

- ✓ formuler un béton suffisamment compact en limitant le rapport masse d'eau sur masse de ciment et en choisissant un béton de classe suffisante
- ✓ contrôler l'enrobage des armatures

En seconde approche, il faut agir sur

- ✓ le dosage minimal en ciment en raison de l'action de celui-ci sur l'interface avec les granulats
- ✓ les adjuvants entraîneurs d'air en vue de créer un réseau de microbulles d'air réparties dans la matrice
- ✓ le choix des ciments, etc.

1.2. Conditions d'environnement

Classes d'exposition

Les textes normatifs relatifs au béton prennent en compte la durabilité en s'appuyant sur la notion de classes d'exposition. Ils imposent au maître d'ouvrage de définir les actions dues à l'environnement auxquelles le béton de l'ouvrage ou de chaque partie d'ouvrage va être exposé pendant la durée d'utilisation de la structure.

Ces actions dues à l'environnement sont regroupées en six classes d'exposition, conformément au tableau ci-dessous.

RISQUE	CLASSES D'EXPOSITION	DEFINITION DE LA CLASSE D'EXPOSITION
RISQUES DE CORROSION	XO	Aucun risque de corrosion ni d'attaque
	XC	Corrosion induite par carbonatation
	XD	Corrosion induite par les chlorures ayant une origine autre que marine (sel de deverglaçage)
	XS	Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer
RISQUES D'ATTAQUES	XF	Attaques gel/dégel avec ou sans agent de deverglaçage
	XA	Attaques chimiques

La norme NF EN 206-1 définit 18 sous-classes d'exposition regroupées en 6 classes par risque de corrosion (XC, XD, XS) et d'attaques (XF, XA) dépendant des actions et conditions environnementales auxquelles le béton est soumis.

A chaque classe d'exposition correspond des spécifications pour la composition des bétons. Les spécifications concernent en particulier la nature et le dosage minimal en ciment, la compacité minimale, la valeur maximale du rapport eau/ciment, la teneur maximale en chlorures, ainsi que l'enrobage des armatures.

Classe 1: Aucun risque de corrosion ni d'attaque

Sous-classe	Description de l'environnement	Exemples informatifs illustrant le choix de la classe d'exposition
XO	Environnement très sec, sans risque de gel/dégel, abrasion ou attaque chimique.	Béton à l'intérieur de bâtiments

Classe 2: Corrosion induite par carbonatation

La carbonatation du béton est prise en compte par la classe d'exposition XC. Les sous-classes XC1 à XC4 prennent en compte l'exposition du béton à l'air et à l'humidité en distinguant le degré d'humidité de l'environnement et l'alternance d'humidité et de séchage.

Sous-classe	Description de l'environnement	Exemples informatifs illustrant le choix de la classe d'exposition
XC1	Sec en permanence Humide en permanence	Béton à l'intérieur des bâtiments
		Béton en contact permanent avec de l'eau
XC2	Humide, rarement sec	Surfaces en béton en contact permanent avec de l'eau
		Plusieurs types de fondations
XC3	Humidité modérée	Béton à l'intérieur de bâtiments
		Béton extérieur, à l'abri de la pluie
CX4	Alternance humidité/séchage	Surfaces en béton en contact passager avec de l'eau.

La vitesse de carbonatation est:

- ✓ faible, si l'environnement est toujours sec ou toujours humide (sous-classes XC1 et XC2) ;
- ✓ forte, s'il y a alternance d'humidité et de séchage (sous-classes XC3 et XC4).

Classe 3: Corrosion induite par les chlorures ayant une origine autre que marine

Sous-classe	Description de l'environnement	Exemples informatifs illustrant le choix de la classe d'exposition
XD1	Humidité modérée	Surfaces exposées aux chlorures présents dans l'air
XD2	Humide, rarement sec	Piscines
		Surfaces exposées aux eaux industrielles contenant des chlorures
XD3	Alternance humidité/séchage	Parties de ponts exposées aux particules liquides contenant des chlorures
		Couches de chaussées
		Dalles de béton pour parkings de véhicules légers

Ces sous-classes concernent les bétons soumis au contact d'une eau contenant des chlorures ayant une origine autre que marine ou des sels de deverglaçage.

Classe 4 : Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer

Les classes XS concernent les bétons soumis au contact des chlorures présents dans l'eau de mer ou à l'action de l'air véhiculant du sel marin. Seuls les ouvrages situés à proximité des côtes (moins de 54 km) ou les structures marines sont concernés par ce type d'actions environnementales.

Sous-classe	Description de l'environnement	Exemples informatifs illustrant le choix de la classe d'exposition
XS1	Exposition aux sels contenus dans l'air, mais non contact direct avec de l'eau de mer	Structures proches des côtes ou construites sur les côtes
XS2	Contact permanent avec l'eau de mer	Parties de structures marines
XS3	Zones de marée, d'embruns marins	Parties de structures marines

Classe 5 : Attaques gel/dégel

Les classes XF concernent les bétons soumis aux attaques des cycles gel/dégel avec ou sans agents de deverglaçage.

Carte des zones de gel (figure NA-2 de la norme NF EN 206-1):

- ✓ Gel sévère : plus de 10 jours par an avec une température inférieure à -10°C
- ✓ Gel faible : moins de 3 jours par an avec une température inférieure à -5°C (non concerné par les recommandations)
- ✓ Gel modéré: entre gel faible et gel sévère

Carte des zones de salage (figure NA-2 de la norme NF EN 206-1):

- ✓ H1 : Salage peu fréquent n<10
- ✓ H2 : Salage fréquent n≤30
- ✓ H3 et H4 : Salage très fréquent n>30

Sous-classe	Description de l'environnement	Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition
XF1	Gel faible, salage peu fréquent	Parois verticales exposées à la pluie et au gel
XF2	Gel faible, salage très fréquent	Parois verticales de structures routières exposées au gel et aux agents de deverglaçage
XF3	Gel sévère, salage peu fréquent	Parois horizontales exposées à la pluie et au gel
XF4	Gel sévère, salage très fréquent	Surfaces de routes ou de ponts exposées aux agents de deverglaçage
		Surfaces exposées aux embruns contenant des agents de deverglaçage et au gel
		Structures marines exposées aux embruns et au gel

Classe 6 : Attaques chimiques

Lorsque le béton est en contact d'un sol naturel, des eaux de surface ou des eaux souterraines, il peut relever, selon le niveau d'agressivité du sol, des classes d'exposition XA. Les sous-classes XA1, XA2 et XA3 correspondent respectivement à des environnements à faible, modérée ou forte agressivité chimique.

La norme NF EN 206-1 définit les valeurs limites des paramètres correspondant aux attaques chimiques. Ces seuils correspondent à des caractéristiques de sols ou d'eaux de surface ou souterraines.

Eaux de surface et souterraines (Tableau n°2 de la norme NF EN 206-1)

Caractéristiques chimiques	Méthode d'essai de référence	XA1	XA2	XA3
Ions SO ₄ (mg/l)	EN 196-2	200 ≤ SO ₄ ≤ 600	600 ≤ SO ₄ ≤ 3000	3000 < SO ₄ ≤ 6000
pH	ISO 4316	5,5 ≤ pH ≤ 6,5	4,5 < pH ≤ 5,5	4 < pH ≤ 5,5
CO ₂ agressif (mg/l)	Pr EN 13 577: 1 999	15 ≤ CO ₂ ≤ 40	40 < CO ₂ ≤ 100	100 < CO ₂ < saturation
NH ₄ (mg/l)	ISO 7150-1 ou ISO 7150-2	300 ≤ NH ₄ ≤ 1000	1000 < NH ₄ ≤ 3000	3000 < NH ₄ ≤ saturation

Sols (Tableau n°2 de la norme NF EN 206-1)

Caractéristiques chimiques	Méthode d'essai de référence	XA1	XA2	XA3
Ions SO ₄ (mg/l)	EN 196-2	2000 ≤ SO ₄ ≤ 3 000	3000 ≤ SO ₄ ≤ 12000	12 * 10 ³ ≤ SO ₄ ≤ 24 * 10 ³
Acidité (ml/kg)	DIN 4030-2	> 200 Bauman Gully	N'est pas rencontré dans la pratique	

Le choix de la sous-classe se fait par rapport à la caractéristique conduisant à l'agression la plus élevée.

1.3. Enrobage

L'enrobage des armatures représente la distance entre la surface du béton et l'armature la plus proche (cadres, étriers, épingles, armatures de peau, etc.).

Il doit être suffisant pour garantir:

- ✓ la bonne protection de l'acier contre la corrosion ;
- ✓ la bonne transmission des efforts d'adhérence ;
- ✓ une résistance au feu convenable.

Enrobage nominal

C'est l'enrobage nominal qui est utilisé dans les notes de calcul et précisé sur les plans d'exécution de l'ouvrage. Il constitue la référence pour la fabrication et pour la pose des armatures. Il est égal à la somme de l'enrobage minimal et d'une marge de sécurité pour tolérances d'exécution :

$$C_{nom} = C_{min} + \Delta c_{dev} \quad \text{avec}$$

C_{nom} : enrobage nominal à respecter

C_{min} : enrobage minimal

Δc_{dev} : tolérances d'exécution. En général, $\Delta c_{dev} = 10\text{mm}$.

Enrobage minimal

L'enrobage minimal doit satisfaire en particulier aux exigences de transmission des forces d'adhérence et assurer la protection des aciers contre la corrosion.

Il est donné par la formule :

$$c_{\min} = \max (c_{\min,b}; c_{\min,dur} + \Delta c_{dur,g} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10\text{mm}) \quad \text{avec}$$

$c_{\min,b}$: enrobage minimal vis-à-vis des exigences d'adhérence béton/armatures
$c_{\min,dur}$: enrobage minimal vis-à-vis des conditions environnementales
$\Delta c_{dur,g}$: marge de sécurité (valeur recommandée : $\Delta c_{dur,g} = 0$)
$\Delta c_{dur,st}$: réduction de l'enrobage minimal dans le cas d'utilisation, par exemple, d'acier inoxydable; dans le cas contraire, $\Delta c_{dur,st} = 0$.
$\Delta c_{dur,add}$: réduction de l'enrobage minimal dans le cas de protections complémentaires. En général : $\Delta c_{dur,add} = 0$

Il convient que $c_{\min,b}$ ne soit pas inférieur:

- ✓ au diamètre de la barre dans le cas d'une armature individuelle : $c_{\min,b} = \phi$.
- ✓ au diamètre équivalent dans le cas d'un paquet d'armatures :
$$c_{\min,b} = \phi_n = \phi * \sqrt{n_b} \leq 55\text{mm}.$$

En outre, $c_{\min,b}$ est majoré de 5mm si le diamètre du plus gros granulat est supérieur à 32mm.

L'enrobage minimal vis-à-vis des conditions environnementales, $c_{\min,dur}$, tient compte de la classe d'exposition et de la classe structurale (qui dépend de la durée d'utilisation du projet).

Selon les recommandations de l'Eurocode 2, les bâtiments et les ouvrages de génie civil courants sont dimensionnés pour une durée d'utilisation de projet de 50 ans. Les ponts sont dimensionnés pour une durée d'utilisation de projet de 100 ans.

La classe structurale (S1 à S6) est un paramètre permettant de déterminer la valeur de $c_{\min,dur}$. On admet que la classe structurale S4 correspond à une durée d'utilisation de projet de 50 ans et constitue une classe de référence. Les ponts sont classés dans la catégorie S6.

Les valeurs de $c_{\min,dur}$ (en mm) requis vis-à-vis de la durabilité sont données en fonction de la classe d'exposition et de la classe structurale dans le tableau ci-dessous (source : NF EN 1992-1-1, art.4.4.1.2, tableau 4.4)

Classe structurale	Classe d'exposition du béton						
	XO	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	CD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Pour les classes d'exposition XF1, XF2, XF3, et XF4, la valeur de $c_{\min, \text{dur}}$ est déterminée en prenant en compte les classes d'exposition concomitantes XC1 à XC4 et XD1 à XD3.

Concomitance de classes :

Type de salage	XF1	XF2	XF3	XF4
Peu fréquent	XC4	-	XD1* ou XC4*	-
Fréquent	-	XD1/XD3**	-	XD1/XD3**
Très fréquent	-	-	-	XD3

Note:

XD1* : si le béton est formulé avec un entraîneur d'air

XC4* : si le béton est formulé sans entraîneur d'air

XD3** : pour les éléments très exposés (ponts, corniches, longrines d'ancrage des dispositifs de retenue, solins des joints de dilatation)

Pour les classes d'exposition XA1, XA2, et XA3, la valeur de $c_{\min, \text{dur}}$ est déterminée en prenant en compte les classes d'exposition concomitantes XC1 à XC4 et XD1 à XD3.

Compléments

L'Eurocode 2 et l'annexe nationale française prescrivent d'augmenter l'enrobage minimal dans les cas suivants :

- ✓ parements irréguliers $c_{\min}+5\text{mm}$
- ✓ abrasion du béton $c_{\min}+5\text{mm}$ pour la classe d'abrasion XM1
 $c_{\min}+10\text{mm}$ pour la classe d'abrasion XM2
 $c_{\min}+15\text{mm}$ pour la classe d'abrasion XM3
- ✓ béton coulé au contact de surfaces irrégulières :
 - Pour un béton coulé en contact d'un sol ayant reçu une préparation (y compris béton de propreté) : $c_{\min}=k_1=30\text{mm}$
 - Pour un béton coulé en contact direct du sol : $c_{\min}=k_1=65\text{mm}$

Cales d'enrobage

L'enrobage nominal est assuré par des cales d'enrobage de formes diverses : plots, rails, serpentins en Z, en plastique, en acier ou en béton. Tous les enrobages, de 10 à 60mm par pas de 5mm, sont couverts.

2. Sécurité

2.1. Chaînages

Les structures qui ne sont pas conçues pour résister aux actions accidentelles doivent posséder un système de chaînage visant à empêcher l'effondrement progressif en cas de défaillance d'un élément porteur de l'ouvrage. Les chaînages doivent être périphériques, intérieurs, horizontaux et, si nécessaire, verticaux.

En outre, il n'est pas nécessaire d'ajouter des armatures de chaînage aux armatures calculées si celles-ci sont correctement ancrées et en quantité supérieure.

Chaînages périphériques

Il faut disposer dans chaque plancher, y compris celui en toiture, un chaînage périphérique continu à moins de 1,2m de la rive. Le chaînage périphérique peut inclure les armatures du chaînage intérieur.

Les armatures de chaînage périphérique doivent résister à un effort à la traction dont l'expression est la suivante :

$$F_{\text{tie,per}} = l_i \cdot q_1 \geq Q_2 \quad \text{avec}$$

$F_{\text{tie,per}}$ effort à reprendre (kN)

l_i longueur de la travée de rive (m)

L'article 9.10.2.2 de la norme NF EN 1992-1-1 recommande $q_1=10\text{kN/m}$ et $Q_2=70\text{kN/m}$, mais l'annexe nationale française préconise $q_1=15\text{kN/m}$ et $Q_2=70\text{kN/m}$.

Chaînages intérieurs

Il faut disposer dans chaque plancher, y compris celui en toiture et dans les deux directions perpendiculaires, des armatures de chaînages intérieurs continues sur toute leur longueur et ancrées aux chaînages périphériques, sauf si elles se prolongent en tant que chaînages horizontaux dans les poteaux ou les voiles (art.9.10.2.3).

Les armatures de chaînages intérieurs peuvent être entièrement ou partiellement réparties régulièrement dans les dalles, ou être groupées au droit des poutres et des voiles. Les armatures de chaînages dans les voiles doivent se situer à moins de 50cm du dessus ou de la sous-face de la dalle.

Dans chaque direction, les armatures de chaînages intérieurs doivent être capables de résister à une valeur de calcul $f_{\text{tie,int}}=20\text{kN}$ par mètre de largeur. L'annexe nationale française retient $f_{\text{tie,int}}=15\text{kN}$ par mètre de largeur.

Chaînages horizontaux

Il faut disposer dans chaque plancher, y compris celui en toiture, des armatures de chaînages horizontaux pour lier horizontalement les poteaux et les voiles de rive à la structure (art. 9.10.2.4). Ces armatures doivent être capables de résister à un effort de traction $F_{\text{tie, fac}}=20\text{kN}$ par mètre de façade pour les voiles, et $F_{\text{tie, col}}=150\text{kN}$ pour les poteaux.

L'annexe nationale française retient $F_{\text{tie, fac}}=15\text{kN}$ par mètre de façade pour les voiles. Les poteaux d'angle doivent être liés dans les deux directions et le chaînage périphérique peut être employé comme chaînage horizontal.

Chaînages verticaux

Il faut disposer, dans les poteaux et/ou les voiles des bâtiments en panneaux préfabriqués de 5 étages ou plus, des armatures de chaînages verticaux afin de palier la défaillance d'un autre élément de structure.

Du niveau le plus bas au niveau le plus élevé, ces armatures sont continues et doivent être capables de supporter la charge agissant, dans la situation accidentelle de calcul, sur le plancher au-dessus du poteau/voile perdu accidentellement.

2.2. Section minimale d'armatures longitudinales

Une section en béton armé est considérée comme fragile si le moment fléchissant entraînant la fissuration du béton entraîne dans les armatures une contrainte supérieure à leur limite élastique f_{yk} . Or les constructions en béton ne doivent pas subir de rupture fragile. La section minimale d'armatures longitudinales $A_{s, \text{min}}$ est égale à (art. 9.2.1.1 (1)) :

$$A_{s, \text{min}} = 0,26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * b_t * d \quad \text{avec}$$

b_t largeur de la poutre ou largeur de l'âme pour les poutres en T (m) ;
 d bras de levier des aciers tendus (m).

Il faut éviter que la section des armatures tendues ou comprimées ne dépasse $A_{s, \text{max}}= 0,04 * A_c$, en dehors des zones de recouvrement, A_c étant l'aire de la section droite du béton.

L'annexe nationale française précise que si cette densité de ferrailage ne compromet pas la capacité effective à bétonner, il est possible de prendre $A_{s, \text{max}}= 0,05 * A_c$.

2.3. Espacements des armatures longitudinales

Conformément à l'article 8.2, l'espacement des armatures longitudinales doit être suffisant pour permettre la bonne vibration du béton et satisfaire ainsi à un double objectif:

- ✓ enrober parfaitement les armatures pour garantir une bonne adhérence
- ✓ épouser les formes parfois complexes du coffrage

La distance horizontale (et verticale) entre nus des armatures doit être au minimum égale à :

$$\text{Max}\{k_1 * \phi_1; d_g + k_2; 20\text{mm}\} \quad \text{avec}$$

$k_1=1,0$ confirmé par l'annexe nationale française ;
 $k_2=5\text{mm}$ confirmé par l'annexe nationale française ;
 d_g diamètre du plus gros granulats.
 Pour les bétons courants, prendre $d_g=20\text{mm}$

2.4. Armatures de peau

Pour les poutres de grande hauteur ($h \geq 1\text{m}$) où les armatures sont concentrées en bas (ou en haut) de la poutre, il faut prévoir des armatures supplémentaires sur les joues de la poutre, à l'intérieur des cadres, entre le niveau des armatures de traction et l'axe neutre, afin de maîtriser la fissuration dans ces zones inefficacement armées (art. 7.3.3 (3)).

Armatures principales de diamètre $\phi < 32\text{mm}$

La section des armatures de peau est calculée conformément aux formules du chapitre 9.3.2 de la norme NF EN 1992-1-1 avec $k=0,5$ et $\sigma_s=f_{yk}$.

Ainsi, en flexion simple, $A_{s,\text{peau}} = \frac{0,5 * k_c * f_{ctm} * A_{ct}}{f_{yk}}$
 en traction pure, $A_{s,\text{peau}} = \frac{0,5 * k_c * f_{ctm} * A_{ct}}{f_{yk}}$, avec

$k_c=1$;

A_{ct} aire de la section droite de béton tendu juste avant la formation de la première fissure

Armatures principales de diamètre $\phi \geq 32\text{mm}$

Lorsque le ferrailage principal est constitué d'armatures de diamètre $\phi \geq 32\text{mm}$ ou de paquets de barres de diamètre équivalent supérieur à 32mm, il faut utiliser en armatures de peau des treillis soudés ou des barres de petit diamètre placées à l'extérieur des cadres afin d'éviter l'éclatement du béton.

La section minimale des armatures de peau $A_{s,\text{surf}}$ doit être disposée dans les deux directions parallèle et orthogonale aux armatures tendues de la poutre.

Cette section doit vérifier : $A_{s,\text{surf}} \geq A_{s,\text{surf},\text{min}} = 0,01 * A_{ct,\text{ext}}$ avec

$A_{ct,\text{ext}}$ section de béton tendu extérieure aux cadres, où $d-x \leq 600\text{mm}$

2.5. Armatures de montage

Les armatures de montage sont généralement situées dans les zones comprimées du béton, afin de rigidifier la cage d'armatures lors de sa mise en place dans le coffrage. De plus, elles permettent le maintien des cadres, épingles et étriers transversaux.

Les armatures de montage sont évaluées à environ $0,1 \cdot A_s$.

2.6. Armatures en chapeau sur appuis de rives

Pour une poutre formant un ensemble monolithique avec ses appuis, il faut disposer une section d'armatures longitudinales sur appuis devant équilibrer un moment fléchissant égal à $-0,15 \cdot M_0$, même si des appuis simples ont été adoptés dans le calcul, M_0 étant le moment isostatique de la travée (art. 9.2.1.2 (1)).

Cette section d'armatures doit vérifier la section minimale d'armature $A_{s,min}$ et être correctement ancrée.

2.7. Poussée au vide

Lorsqu'une armature non rectiligne est tendue et qu'aucune disposition particulière n'est prévue, il se développe dans le béton des contraintes orientées selon la bissectrice de l'angle formé par les deux barres qui tendent à faire éclater le béton d'enrobage : c'est la pousse au vide. Il faut placer des armatures tendues capables de reprendre ces contraintes.

Association acier-béton

L'étude du béton armé nécessite de connaître non seulement l'acier et le béton, mais également le comportement de l'interface entre ces deux matériaux et l'ensemble des paramètres influents: l'état de surface de l'armature, la longueur d'ancrage, l'enrobage, les recouvrements, etc.

En effet, les efforts de traction locaux non repris par le béton doivent pouvoir transiter dans l'armature par adhérence.

1. Adhérence

L'adhérence désigne l'ensemble des forces qui s'opposent au glissement d'une armature par rapport au béton qui l'enrobe. L'essai d'arrachement permet de mettre en évidence ces efforts.

Contrainte d'adhérence

La contrainte d'adhérence est celle qui s'oppose à l'effort de glissement sur toute la surface cylindrique de contact entre l'armature et le béton. Elle est notée τ_s . Son expression est calculée en isolant un tronçon élémentaire d'armature de longueur dx et de diamètre ϕ .

L'équilibre statique de ce tronçon en projection sur l'axe x conduit à :

$$-F(x)+F(x+dx)-\tau_s * \pi * dx=0.$$

La dérivation par rapport à dx donne

$$\tau_s = \frac{1}{\pi * \phi} * \frac{-F(x)+F(x+dx)}{dx} = \frac{1}{\pi * \phi} * \frac{dF(x)}{dx} = \frac{1}{u} * \frac{dF(x)}{dx}.$$

Sur la longueur d'un ancrage rectiligne, la contrainte d'adhérence est supposée constante et égale à la contrainte ultime d'adhérence f_{bd} (art. 8.4.2(2)) :

$$f_{bd}=2,25 * \eta_1 * \eta_2 * f_{ctd} \quad \text{avec}$$

- f_{ctd} résistance de calcul en traction du béton
- η_1 coefficient lié aux conditions d'adhérence et à la position de la barre au cours du bétonnage ;
 $\eta_1=1,0$ lorsque les conditions d'adhérence sont bonnes;
 $\eta_1=0,7$ dans tous les autres cas;
- η_2 coefficient lié au diamètre de la barre ;

Diamètre de la barre (mm)	Coefficient η_2
$\phi \leq 32$	1,0
$\phi > 32$	$\frac{132-\phi}{100}$

2. Ancrages

Ancrer une armature consiste à s'assurer que l'effort de traction auquel elle est soumise peut intégralement transiter dans le béton par adhérence. L'ancrage peut être réalisé de manière rectiligne ou courbe, et renforcé grâce à des armatures transversales soudées, un confinement transversal, etc.

On examine tout d'abord la longueur d'ancrage de référence $l_{b,rqd}$, qui est la longueur requise pour ancrer une armature rectiligne dans un bloc de béton.

Longueur d'ancrage de référence

L'article 8.4.3 de la norme 1992-1-1 précise que la longueur d'ancrage de référence $l_{b,rqd}$ est la longueur d'ancrage droite pour laquelle la contrainte d'adhérence τ_s est égale à la contrainte ultime d'adhérence f_{bd} .

Ainsi, de la formule $\tau_s = \frac{1}{u} * \frac{dF(x)}{dx}$, on obtient $\tau_s = \frac{1}{u} * \frac{dF(x)}{dx} = f_{bd}$.

L'effort à ancrer est obtenu par intégration de l'équation précédente et vaut au plus $A_s * \sigma_{sd}$:

$$F_s = \int_0^{l_{b,rqd}} u * f_{bd} * dx = A_s * \sigma_{sd}.$$

Si on remplace u et A_s par leurs valeurs respectives, on obtient

$$F_s = \pi * \phi * f_{bd} * l_{b,rqd} = \pi * \frac{\phi^2}{4} * \sigma_{sd}.$$

De cette égalité, on tire $l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} * \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}$ avec

σ_{sd} contrainte de calcul de la barre dans la section à partir de laquelle l'ancrage est mesuré

Il est ainsi possible de calculer la borne supérieure du rapport $\frac{l_{b,rqd}}{\phi}$, par classe de béton et par classe d'adhérence ($\phi \leq 32\text{mm}$), en prenant $\sigma_{sd} = f_{yd}$.

Longueur d'ancrage de calcul

Définition

Pour tenir compte de la forme des barres, de l'enrobage, de la contrainte de serrage transversal, etc. l'article 8.4.4 de la norme NF EN 1992-1-1 recommande d'utiliser la longueur d'ancrage de calcul l_{bd} , qui est une pondération de la longueur d'ancrage de référence $l_{b,rqd}$ par une série de coefficients $\alpha_i \leq 1$, et qui mesure la longueur de l'axe de la barre, quelle que soit la forme du crochet.

La longueur d'ancrage de calcul a pour expression

$$l_{bd} = \alpha_1 * \alpha_2 * \alpha_3 * \alpha_4 * \alpha_5 * l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad \text{avec}$$

- α_1 pour tenir compte de l'effet de la forme des barres, l'enrobage étant supposé correct
 - α_2 pour tenir compte de l'effet de l'enrobage minimal
 - α_3 pour tenir compte de l'effet de confinement des armatures transversales
 - α_4 pour tenir compte de l'effet d'une ou plusieurs barres transversales soudées sur la barre
 - α_5 pour tenir compte de l'effet de la pression orthogonale au plan de fendage
- $l_{b,min}$ longueur minimale d'ancrage

Longueur d'ancrage minimale :

Pour les barres tendues,

- ✓ La longueur d'ancrage minimale $l_{b,min}$ vaut : $l_{b,min} = \text{Max}\{0,3 * l_{b,rqd}; 10 * \phi; 100\text{mm}\}$

Pour les barres comprimées,

- ✓ La longueur d'ancrage minimale $l_{b,min}$ vaut : $l_{b,min} = \text{Max}\{0,6 * l_{b,rqd}; 10 * \phi; 100\text{mm}\}$

Calcul du plancher

1. Données du projet

Le plancher du bâtiment est une dalle pleine en béton armé supportée par des poutres croisées. Le calcul porte sur le plancher haut du séjour et du coin à manger.

La surface du plancher est rectangulaire et a les dimensions, entre axes des poutres, suivantes : la petite portée $l_x = 350\text{cm}$ et la grande portée $l_y = 540\text{cm}$. La troisième dimension, l'épaisseur de la dalle, notée h , est en première approximation prise égale à $h = 12\text{cm}$. La dalle porte dans deux directions, car : $0,5 \leq \frac{l_x}{l_y} = \frac{390}{600} = 0,65 \leq 1$.

Les valeurs de base pour le calcul des charges d'exploitation sont les suivantes (catégorie A : Habitation, résidence) : $q_k = 1\,500\text{N/m}^2$, $Q_k = 2\,000\text{N}$.

La face inférieure de la dalle est constituée par 20mm de chape en ciment. Le revêtement de la face supérieure, appelé aussi revêtement lourd, est constitué par 40mm de chape en ciment et un carrelage de 20mm.

Conformément aux habitudes internationales, nous nous proposons de coter en mm.

2. Hypothèses et notations

Hypothèses

Les hypothèses de calcul des sections aux ELU indiquées par l'article 6.1 de la norme NF EN 1992-1-1 sont les suivantes :

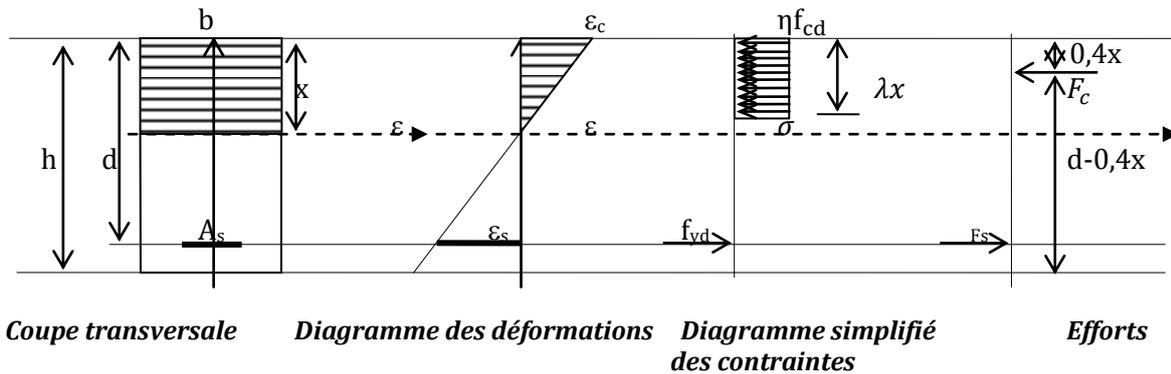
- ✓ les sections planes et droites avant déformations restent planes et droites après déformations: c'est le principe de Navier-Bernoulli ; le champ de déformation est linéaire dans la section ;
- ✓ les sollicitations sont calculées à partir des charges pondérées, dans la combinaison $1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q$;
- ✓ au contact entre le béton et les armatures : il y a adhérence parfaite entre l'acier et le béton.
- ✓ la résistance du béton tendu est négligée; ce qui est assez réaliste compte tenu de l'état microfissuré du béton armé (retrait, humidité, variation de température, etc.) ;
- ✓ les matériaux ont des comportements élastoplastiques.

Notations

Pour modéliser le comportement :

- ✓ du béton en compression, nous retiendrons le diagramme parabole-rectangle.
- ✓ de l'acier en traction, nous retiendrons le diagramme avec palier plastique à f_{yd} sans limitation de déformation.

Notations ELU en section rectangulaire

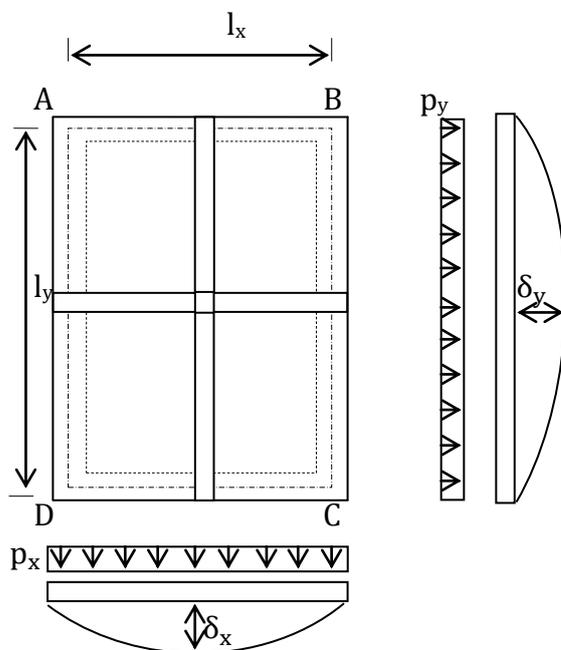


3. Dalles isostatiques

Charges uniformément réparties sur toute la surface

L'équation qui régit la flexion des plaques planes minces d'épaisseur constante chargées uniformément est une équation différentielle du quatrième ordre, dite équation de Lagrange. On ne connaît pas de solution mathématique à cette équation, mais seulement des solutions approchées obtenues par différences finies.

Une autre méthode d'analyse d'une telle structure a été proposée par Rankine-Grashoff. Celui-ci considère qu'une dalle à deux directions est constituée par une série de bandes interconnectées, comme cela est montré par la figure ci-dessous.



Ces bandes sont considérées comme des poutres de largeur unitaire ($b=1\text{m}$), qui transfèrent les charges vers les appuis respectifs. Il est d'abord fait abstraction de la torsion.

La charge totale est distribuée sur les bandes orthogonales suivant les charges partielles p_x et p_y .

Au point O, milieu de la dalle, la flèche δ_y produite par la charge partielle p_y , est égale à la flèche δ_x produite par la charge partielle p_x .

L'égalité des deux flèches est exprimée par la relation $\frac{5}{384} \frac{p_x l_x^4}{EI_x} = \frac{5}{384} \frac{p_y l_y^4}{EI_y}$.

Posant $I_x = I_y$, puis $p_x + p_y = p$, on a successivement

$$p_x l_x^4 = p_y l_y^4 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^4 \Rightarrow \frac{p_x + p_y}{p_x} = \frac{l_x^4 + l_y^4}{l_y^4}$$

$$\text{D'où } p_x = \frac{p \cdot l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \quad \text{et} \quad p_y = \frac{p \cdot l_x^4}{l_x^4 + l_y^4}$$

Le moment fléchissant développé au centre de la dalle a pour expression : $M = \frac{1}{8} * p * l^2$;

$$\checkmark \text{ dans le sens de la portée } l_x \quad M_x = \frac{1}{8} * \frac{p \cdot l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} * l_x^2 = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4} * p * l_x^2$$

$$\checkmark \text{ dans le sens de la portée } l_y \quad M_y = \frac{1}{8} * \frac{p \cdot l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} * l_y^2 = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4} * p * l_x^2$$

Les valeurs des moments fléchissants M_x et M_y sont à multiplier par $1 - \frac{5}{6} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}$, coefficient de réduction tenant compte de la torsion.

4. Dalles continues

Dans la pratique, les dalles sont rarement isostatiques et simplement appuyées sur leurs quatre côtés. Elles sont continues de travée en travée, avec des moments sur appuis et des moments en travées inférieurs à ceux développés dans une dalle isostatique.

La norme NF EN 1992-1-1 ne donne pas d'indications précises pour calculer ces moments sur appuis et en travées. En revanche, les recommandations professionnelles reprennent les méthodes de calcul des précédentes règles françaises.

Evaluation des moments fléchissants

Les moments fléchissants sont évalués selon le principe suivant :

Les dalles rectangulaires encastrées sur leur contour sont calculées à la flexion sur base des efforts qui s'y développeraient si elles étaient articulées sur leur contour.

- ✓ les moments fléchissants maximaux calculés dans l'hypothèse de l'articulation peuvent être réduits de 15% à 25%, selon les conditions d'encastrement sur appuis ;

- ✓ les moments fléchissants sur appuis sur les grands côtés sont évalués à au moins 40% ou 50% des moments fléchissants maximaux évalués dans l'hypothèse de l'articulation ;
- ✓ les moments fléchissants sur appuis sur les petits côtés atteignent les mêmes valeurs que sur les grands côtés;

Evaluation des efforts tranchants

Les efforts tranchants agissants maximaux sur appuis sont donnés par les relations suivantes:

$$V_x = \frac{p \cdot l_x}{2} * \left(\frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \right) \quad V_y = \frac{p \cdot l_y}{2} * \left(\frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} \right) \quad \text{avec}$$

V_x effort tranchant développé sur le grand côté l_y (N)

V_y effort tranchant développé sur le petit côté l_x (N)

Conformément à l'article 6.2.2 de la norme NF EN 1992-1-1, il n'est pas nécessaire de disposer des armatures d'âme si l'effort tranchant agissant est inférieur à l'effort tranchant résistant de calcul :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = (\text{Max}\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{\min}\} + k_1 * \sigma_{cp}) * b_w * d$$

En outre, si $V_{Ed} \leq v_{\min} * b_w * d$ ($\sigma_{cp} = 0$), et ce quelle que soit la valeur du terme $C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}}$; les armatures d'âme ne sont pas nécessaires.

Si les armatures d'âme sont nécessaires, l'épaisseur de la dalle doit être d'au moins 20cm (NF EN 1992-1-1, art. 9.3.2(1)) et les taux d'armatures minimales s'appliquent (NF EN 1992-1-1, art. 9.2.2).

L'espacement longitudinal maximal des armatures transversales (cadres, étriers ou épingles) où α est l'inclinaison des armatures transversales, est égal à :

$$s_{\max} = 0,75 * d * (1 + \cot \alpha) \quad \text{avec pour limite supérieure} \quad s_{\max} = 1,5 * d$$

5. Ferrailage des dalles

Le ferrailage des dalles fait l'objet de l'article 9.3 de la norme NF EN 1992-1-1.

Calcul de la section d'armatures

A partir des moments fléchissants agissants, il est possible de calculer les sections d'armatures nécessaires comme pour une poutre de largeur unitaire et de hauteur égale à l'épaisseur de la dalle, et dans les deux directions. Le ferrailage obtenu est exprimé en mm^2/m .

Il faut éviter de calculer la section d'armatures avec $d=0,9h$, beaucoup trop favorable pour les dalles, et préférer $d=h-c_{nom}-\frac{\phi}{2}$ avec $\phi=10\text{mm}$ en première approximation.

Le ferrailage est essentiellement constitué de treillis soudés de haute adhérence de l'ADETS (Association Technique pour le Développement de l'Emploi du Treillis Soudé), qui propose des treillis soudés jusqu'à $6,36\text{ cm}^2$ par mètre (ST60 ou ST65C). Il est toujours possible de réaliser des treillis soudés sur mesure ou d'ajouter des armatures de renfort.

Pourcentage d'armatures minimales

Les pourcentages d'armatures minimales sont à calculer dans les deux directions ; le pourcentage minimal dans la direction secondaire est déduit du pourcentage dans la direction principale.

Ferrailage principal

L'article 9.2.1.1(1) de la norme NF EN 1992-1-1 précise que le pourcentage des armatures minimales $A_{s,min}$ dans le sens porteur est calculé de la même façon que pour les poutres :

$$A_{s,min}=0,26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * b_t * d \quad \text{avec}$$

$b_t=1\text{m}$ largeur unitaire de la dalle
 d hauteur utile de la dalle

Il faut éviter que la section des armatures tendues ou comprimées dépasse $A_{s,max}=0,04 * A_c$ en dehors des zones de recouvrement, A_c étant l'aire de la section droite du béton.

L'annexe nationale française précise que, si cette densité de ferrailage ne compromet pas la capacité effective à bétonner, il est possible de prendre $A_{s,max}=0,05 * A_c$.

Ferrailage secondaire

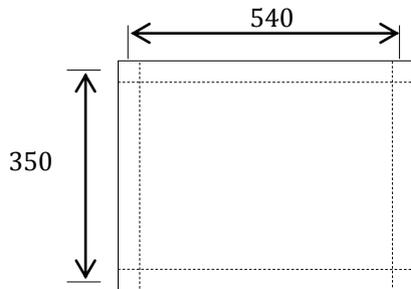
L'article 9.3.1.1(2) de la norme NF EN 1992-1-1 stipule que les armatures transversales secondaires (parallèles au grand côté) doivent représenter au moins 20% des armatures principales (parallèles au petit côté).

Les armatures transversales secondaires ne sont pas nécessaires au voisinage des appuis, lorsqu'il n'existe aucun moment fléchissant transversal.

6. Application : Calcul de la dalle du projet

6.1. Données

Le plancher du projet est une dalle pleine en béton armé de 12cm d'épaisseur. On étudie la partie rectangulaire de portées entre axes égale à 350cm et 540cm.



Les poutres supportant le plancher ont une largeur de 20cm. Les poteaux, qui transmettent les charges aux éléments de fondation, ont une section horizontale de 20*20cm.

✓ **Durabilité - Sécurité :**

Dalle à l'abri de la pluie, sans condensation (X0);

$c_{nom}=10\text{mm}$; $\phi=10\text{mm}$ en première approximation;

Donc $d=h - c_{nom} - \frac{\phi}{2}=120-10-5=105\text{mm}$

✓ **Matériaux :** Acier B500B $\Rightarrow f_{yk}=500\text{MPa}$

Béton 25/30 $\Rightarrow f_{ck}=25\text{MPa}$

✓ **Situation de projet durable :**

Donc $\gamma_C=1,5$; $\Rightarrow f_{cd}=\frac{f_{ck}}{\gamma_C}=16,67\text{MPa}$

$\gamma_S=1,15$; $\Rightarrow f_{yd}=\frac{f_{yk}}{\gamma_S}=434,78\text{MPa}$;

6.2. Estimation des actions par unité de surface

On considère une portion de plancher ayant une largeur de 1m, une longueur de 1m et une épaisseur de 0,12m. La portion de plancher est sollicitée par les chargements ci-dessous :

Description	Epaisseur (m)	Poids volumique (N/m ³)	Poids surfacique (N/m ²)
Dalle en béton armé	0,12	25 000	3 500
Revêtement des deux faces	0,08	25 000	2 000
TOTAL charges permanentes g			5 500
TOTAL charges d'exploitation q			1 500

✓ **Géométrie** : Portées efficaces :

$$l_{x,eff} = l_{x,nu} + 2 * \min\left\{\frac{h}{2}; \frac{t}{2}\right\} = 330 + 2 * \min\left\{\frac{40}{2}; \frac{20}{2}\right\} = 330 + 2 * 10 = 350 \text{ cm} = l_x$$

$$l_{y,eff} = l_{y,nu} + 2 * \min\left\{\frac{h}{2}; \frac{t}{2}\right\} = 520 + 2 * \min\left\{\frac{40}{2}; \frac{20}{2}\right\} = 520 + 2 * 10 = 540 \text{ cm} = l_y$$

6.3. Evaluation des moments fléchissants

On commence par calculer les valeurs des coefficients μ_x et μ_y .

Utilisant le rapport $r = \frac{l_y}{l_x} = \frac{350}{540} = 1,5428$, on trouve

$$\alpha_x = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}; \alpha_x = 0,1062 \quad \text{et} \quad \alpha_y = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}; \alpha_y = 0,446.$$

Le coefficient de réduction tenant compte de la torsion $\beta = 1 - \frac{5}{6} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}; \beta = 0,7024$;

On pose $\mu_x = \alpha_x * \beta = 0,0746$ et $\mu_y = \alpha_y * \beta = 0,0314$.

Moments en travée :

Les moments fléchissants développés au centre de la dalle ont pour expressions :

$$\begin{aligned} M_{Ed,tx} &= 0,85 \mu_x p l_x^2 && \text{dans le sens porteur (parallèle à } l_x) \\ M_{Ed,ty} &= 0,85 \mu_y p l_x^2 && \text{dans le sens non porteur (parallèle à } l_y) \end{aligned}$$

A l'ELU :

$$M_{Ed,tx} = 0,85 \mu_x p_{ul} l_x^2 = 0,85 * 0,0746 * 9\,675 * 3,5^2 = 4\,274 \text{ N.m}$$

$$M_{Ed,ty} = 0,85 \mu_y p_{ul} l_x^2 = 0,85 * 0,0314 * 9\,675 * 3,5^2 = 1\,796 \text{ N.m}$$

A l'ELS :

$$M_{ELS,carx} = 0,85 \mu_x p_{ser} l_x^2 = 0,85 * 0,0746 * 7\,000 * 3,5^2 = 1\,166 \text{ N.m}$$

$$M_{ELS,cary} = 0,85 \mu_y p_{ser} l_x^2 = 0,85 * 0,0314 * 7\,000 * 3,5^2 = 490 \text{ N.m}$$

Moments sur appuis :

Les moments fléchissants développés aux appuis de la dalle ont pour expressions :

$$\begin{aligned} M_{Ed,ax} &= 0,5 \mu_x p l_x^2 && \text{dans le sens porteur (parallèle à } l_x) \\ M_{Ed,ay} &= 0,5 \mu_y p l_x^2 && \text{dans le sens non porteur (parallèle à } l_y) \end{aligned}$$

A l'ELU :

$$M_{Ed,ax} = 0,5 \mu_x p_{ul} l_x^2 = 0,5 * 0,0746 * 9\,675 * 3,5^2 = 2\,514 \text{ N.m}$$

$$M_{Ed,ay} = 0,5 \mu_y p_{ul} l_x^2 = 0,5 * 0,0314 * 9\,675 * 3,5^2 = 1\,056 \text{ N.m}$$

A l'ELS :

$$M_{ELS,carx} = 0,5 \mu_x p_{ser} l_x^2 = 0,5 * 0,0746 * 7\,000 * 3,5^2 = 686 \text{ N.m}$$

$$M_{ELS,cary} = 0,5 \mu_y p_{ser} l_x^2 = 0,5 * 0,0314 * 7\,000 * 3,5^2 = 288 \text{ N.m}$$

Ces moments portent sur une longueur de 1 mètre.

Les dimensions de l'élément étudié, les sollicitations agissantes maximales, les charges, ainsi que les résistances caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau ci-dessous :

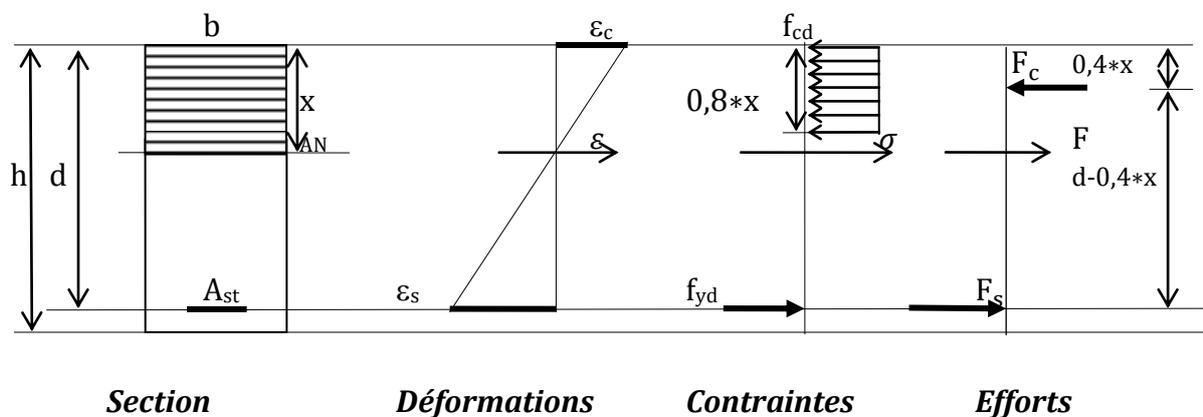
Dimensions			Actions			Effets des actions		
Notation	Valeur	Unité	Notation	Valeur	Unité	Notation	Valeur	Unité
b_t	100	cm	p_{ELS}	7 000	$N.m^{-1}$	N_{ELS}	0	N
h	12	cm	p_{Ed}	9 675	$N.m^{-1}$	N_{Ed}	0	N
c_{nom}	10	mm	Résistances caractéristiques			$M_{ELS,car}$	1 165	N.m
ϕ	10	mm	f_{ck}	25	MPa	M_{Ed}	4 274	N.m
			f_{yk}	500	MPa	(Valeurs maximales)		

Les valeurs des charges réparties, ainsi que les sollicitations agissantes, prennent en compte la contribution du poids propre de l'élément.

6.4. Dimensionnement des sections béton:

Equations d'équilibre

La figure ci-dessous représente la section de la dalle, le diagramme des déformations, le diagramme des contraintes et le diagramme des efforts. La résistance de calcul dans le béton est égale à f_{cd} . La hauteur de béton sous f_{cd} est égale à $0,8 * x$.



On connaît :

- les matériaux : f_{ck}, f_{yk}
- le moment fléchissant : M_{Ed}

On cherche :

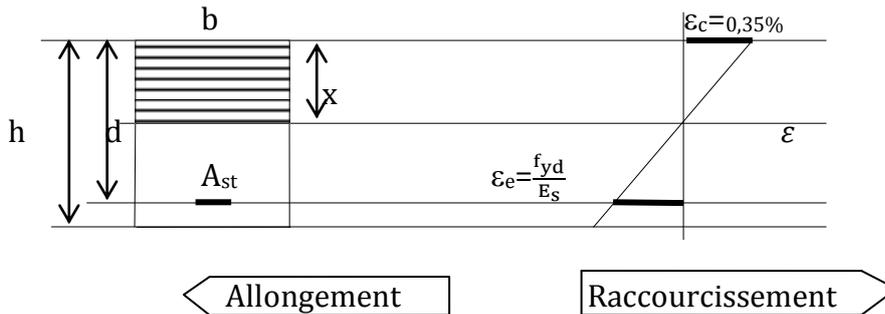
- la largeur de la section : b
- la hauteur de la section : h

La largeur b de la dalle est donnée par le projet à étudier. Elle est prise égale à 1m. Il reste à déterminer la hauteur h .

Lorsqu'on dimensionne une section, on cherche à optimiser l'utilisation des matériaux afin d'obtenir la section la plus économique possible.

- ✓ La déformation limite dans le béton $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = 0,35\%$.
 - ✓ Lorsque l'acier travaille dans le domaine élastique, la déformation $\varepsilon_s < \frac{f_{yk}}{\gamma_s * E_s}$.
- Les armatures sont, par conséquent, mal utilisées. On préfère que l'acier travaille dans le domaine plastique, ce que l'on obtient lorsque $\varepsilon_s = \frac{f_{yk}}{\gamma_s * E_s} = \frac{500}{1,15 * 200\ 000} = 0,2174\%$.

Les déformations limites dans le béton et l'acier sont présentées par les diagrammes ci-après :



- h : hauteur totale de la section
d : hauteur utile de la section $d = h - c_{nom} - \frac{\phi}{2}$
x : hauteur de béton comprimé
Ast : section des armatures tendues.

Le moment résistant correspondant est M_{Rd} .
Dans ce cas, l'acier et le béton sont utilisés de façon optimale.

Calcul des déformations et dimensionnement

Notons

- ✓ ξ_e la hauteur de béton comprimé qui conduit à des déformations élastiques dans l'acier : $\xi_e = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$;
- ✓ $\mu_e = 0,8 * \xi_e * (1 - 0,4 * \xi_e)$.

Pour un béton C25/30 et l'acier B500B,

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = 3,5\text{‰} \quad \text{et} \quad \varepsilon_s = \varepsilon_e = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500}{1,15 * 200\ 000} = 2,1739\text{‰}.$$

$$\text{Partant, } \xi_e = \frac{3,5}{3,5 + 2,1739} = 0,61686 \quad \text{et}$$

$$\mu_e = 0,8 * \xi_e * (1 - 0,4 * \xi_e) = 0,8 * 0,61686 * (1 - 0,4 * 0,61686) = 0,3717.$$

$$\begin{aligned} \text{Le moment résistant } M_{Rd} &= \frac{f_{ck}}{1,5} * 0,8 * x * b * (d - 0,4x) \\ &= \frac{f_{ck}}{1,5} * 0,8 * 0,61686 * d * b * (d - 0,4 * 0,61686 * d) \\ &= 0,2478 * b * d^2 * f_{ck}. \end{aligned}$$

Pour déterminer d de façon à optimiser la section, on prend $M_{Ed}=M_{Rd}$.

De l'égalité $M_u=0,2478*b*d^2*f_{ck}$, on tire $d^2=\frac{M_{Ed}}{0,2478*b*f_{ck}}=\frac{4\,274\,000}{0,2478*1\,000*25}=690$.

On obtient $d=\sqrt{690}=26\text{mm}=3\text{cm}$ ($d_{supposée}=h-c_{nom}-\frac{\phi}{2}=105\text{mm}$)

La hauteur utile calculée est inférieure à la hauteur utile supposée. L'hypothèse de l'épaisseur de dalle égale à 12cm est économique.

On choisit $h=12\text{cm}$.

La hauteur utile d est donnée par $d=h-c_{nom}-\frac{\phi}{2}=120-10-\frac{10}{2}=105\text{mm}$

On prend $d=105\text{mm}$.

6.5. Dimensionnement des sections acier

On connaît :

- les dimensions de la dalle : b et h
- les caractéristiques des matériaux : f_{cd} et f_{yd}
- le moment fléchissant agissant : M_{Ed}
- la hauteur utile : d

On cherche :

- la section d'armatures : A_s
- la position de l'axe neutre : x

Les équations qui permettent de lever ces inconnues sont les équations d'équilibre en efforts et en moments, par application du principe fondamental de la statique dans la section :

$$\begin{aligned} \sum F_x=0 & \Leftrightarrow A_s*f_{yd}-0,8*x*b*f_{cd}=0 \\ \sum M_{CdG} \text{ aciers tendus}=0 & \Leftrightarrow 0,8*x*b*f_{cd}*(d-0,4*x)=M_{Rd} \end{aligned}$$

L'article 6.4.2 de la norme NF EN 1992-1-1 relatif au principe général de vérification des constructions impose que $M_{Ed}\leq M_{Rd}$. Pour éviter d'écrire des inéquations et alourdir les notations, on considère pour la suite que $M_{Ed}=M_{Rd}$.

Soit ξ la hauteur relative de béton comprimé : $\xi=\frac{x}{d}$. En remplaçant x par $d*\xi$ dans l'équation au moment, il vient $0,8*\xi*(1-0,4*\xi)*d^2*b*f_{cd}=M_{Ed}$

En prenant $\mu=0,8*\xi*(1-0,4*\xi)$, l'équation au moment s'écrit $\mu*d^2*b*f_{cd}=M_{Ed}$.

On appelle μ , le moment réduit ; il est le premier paramètre à calculer car il ne contient que des données connues :

$$\mu=\frac{M_{Ed}}{d^2*b*f_{cd}} ; \mu=\frac{4\,274\,000*1,5}{105^2*1000*25}=0,02326$$

La hauteur relative de béton comprimé, ξ , est calculée en fonction de μ par la résolution de l'équation du second degré $\mu=0,8*\xi*(1-0,4*\xi)$.

Ainsi, $\xi=1,25*[1-\sqrt{(1-2\mu)}]$; $\xi=0,02942$

La section d'armatures est déduite de l'équation d'équilibre en effort normal :

$$A_s = \frac{0,8*x*b*f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd}*(d-0,4*x)} = \frac{M_{Ed}}{d*f_{yd}*(1-0,4*\xi)}$$

Section des armatures inférieures

Dans le sens porteur l_x

$$A_{s,x} = \frac{4\,274\,000*1,15}{105*500*(1-0,4*0,02942)} = 95\text{mm}^2$$

Théoriquement, 2HA10 par mètre suffiraient ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre ($A= 314\text{mm}^2$), en travée et traversant l'appui.

La section choisie est suffisante, car elle est supérieure à la section minimale $A_{s,min}$ recommandée. En effet, $A_{s,min} = 0,26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * b_t * d = 0,26 * \frac{2,6}{500} * 1\,000 * 105 = 142\text{mm}^2$

Dans le sens non porteur l_y

$$A_{s,y} = \frac{3\,954\,000*1,15}{105*500*(1-0,4*0,02942)} = 40\text{mm}^2$$

Théoriquement, 1HA10 par mètre suffirait ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre ($A= 314\text{mm}^2$), en travée et traversant l'appui.

La section choisie est suffisante, car elle est supérieure à $0,2*314=63\text{mm}^2$

Section d'armatures supérieures

Dans le sens porteur l_x

$$A_s = \frac{2\,514\,000*1,15}{105*500*(1-0,4*0,02942)} = 56\text{mm}^2$$

Théoriquement, 1HA10 par mètre suffirait ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre ($A= 314\text{mm}^2$), en travée et traversant l'appui.

La section choisie est suffisante, car elle est supérieure à la section minimale $A_{s,min}$ recommandée. En effet, $A_{s,min} = 0,26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * b_t * d = 0,26 * \frac{2,6}{500} * 1\,000 * 105 = 142\text{mm}^2$

Dans le sens non porteur l_y

$$A_s = \frac{1\,861\,000 * 1,15}{105 * 500 * (1 - 0,4 * 0,0654)} = 23 \text{ mm}^2$$

Théoriquement, 1HA10 par mètre suffirait ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre ($A = 314 \text{ mm}^2$), en travée et traversant l'appui.

La section choisie est suffisante, car elle est supérieure à $0,2 * 314 = 63 \text{ mm}^2$

Effort tranchant résistant de calcul

On doit d'abord poser l'hypothèse selon laquelle la dalle ne requiert pas d'armatures d'effort tranchant. Conformément à l'article 6.2.2 de la norme NF EN 1992, les éléments pour lesquels aucune armature d'effort tranchant n'est requise doivent vérifier l'inégalité suivante :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad \text{avec}$$

$$V_{Rd,c} = (\text{Max}\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{\min}\} + k_1 * \sigma_{cp}) * b_w * d.$$

Or,

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \quad \text{avec } \gamma_c = 1,5 \text{ pour les situations de projet durables, soit } C_{Rd,c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12.$$

Le coefficient $k = \text{Min}\{1 + (\frac{200}{d})^{\frac{1}{2}}; 2\}$ avec d exprimé en mm, soit $k = \text{Min}\{1 + (\frac{200}{105})^{\frac{1}{2}}; 2\} = 2$

Le % d'armatures longitudinales $\rho_L = \text{Min}\{\frac{A_{sL}}{b_w * d}; 0,02\} = \text{Min}\{\frac{314}{1000 * 105}; 0,02\} = 0,02$

$$v_{\min} = \frac{0,34}{\gamma_c} * f_{ck}^{\frac{1}{2}} = \frac{0,34}{1,5} * 25^{\frac{1}{2}} = 1,1333 \text{ MPa.}$$

Ainsi :

$$C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,12 * 2 * (100 * 0,02 * 25)^{\frac{1}{3}} = 0,8842 \text{ MPa}$$

$$\text{Max}\{0,8842; 1,1333\} = 1,1333 \text{ MPa}$$

$$\text{Et } V_{Rd,c} = 1,1333 * 1\,000 * 105 = 119\,000 \text{ N.}$$

Effort tranchant agissant

L'effort tranchant agissant sur le grand côté $V_{Ed,x}$ est égal à

$$\begin{aligned} V_{Ed,x} &= \frac{p * l_x}{2} * \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \\ &= \frac{(1,35 * 5\,500 + 1,5 * 1\,500) * 3,5}{2} * \frac{5,4^4}{3,5^4 + 5,4^4} \\ &= 14\,391 \text{ N pour 1m de longueur d'appui.} \end{aligned}$$

Conclusion :

L'effort tranchant agissant ne dépasse pas l'effort tranchant résistant de calcul ($V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$). Il n'est pas nécessaire de prévoir des armatures d'effort tranchant.

Calcul des poutres

1. Introduction

Une poutre est soumise à une sollicitation de flexion simple si le torseur de cohésion ne contient qu'un effort tranchant $V_{(y)}$ et un moment fléchissant M_{fz} non nuls, toutes les autres composantes étant nulles (N , V_z , M_t , et M_{fy}). La flexion composée est déduite de la flexion simple en ajoutant un effort normal N .

En flexion, simple ou composée, il existe un découplage entre

- ✓ le moment fléchissant et l'effort normal
- ✓ l'effort tranchant

Le moment fléchissant et l'effort normal entraînent uniquement des contraintes normales et permettent de dimensionner les armatures longitudinales.

L'effort tranchant entraîne uniquement des contraintes tangentes ; celles-ci permettent de dimensionner les armatures transversales (cadres, étriers et épingles).

Ces deux calculs s'effectuent séparément.

Flexion simple à l'ELU

2. Hypothèses et notations

Hypothèses

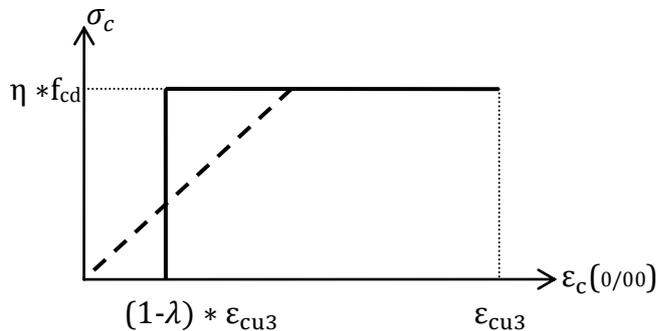
Les hypothèses de calcul des sections aux ELU indiquées par l'article 6.1 de la norme NF EN 1992-1-1 sont les suivantes :

- ✓ les sections planes et droites avant déformations restent planes et droites après déformations : c'est le principe de Navier-Bernoulli ; le champ de déformation est linéaire dans la section ;
- ✓ les sollicitations sont calculées à partir des charges pondérées, dans la combinaison $1,35*G+1,5*Q$;
- ✓ Au contact entre le béton et les armatures : il y a adhérence parfaite entre l'acier et le béton.
- ✓ la résistance du béton tendu est négligée; ce qui est assez réaliste compte tenu de l'état microfissuré du béton armé (retrait, humidité, variation de température, etc.) ;
- ✓ les matériaux ont des comportements élastoplastiques.

Notations

Pour modéliser le comportement du béton en compression, on retient le diagramme rectangulaire.

Le diagramme rectangulaire est composé d'une première zone de déformation, de $\varepsilon_c=0$ à $\varepsilon_c=(1-\lambda)*\varepsilon_{cu3}$, où la contrainte est nulle ; puis elle atteint brusquement une contrainte $\sigma_c=\eta * f_{cd}$ pour les déformations de $\varepsilon_c=(1-\lambda)*\varepsilon_{cu3}$ à $\varepsilon_c=\varepsilon_{cu3}$ (art.3.1.7 (3)).



Les coefficients η et λ pour des classes courantes de résistance du béton prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{llll} \lambda=0,8 & \text{et} & \eta=1,0 & \text{pour } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \\ \lambda=0,8 - \frac{(f_{ck}-50)}{400} & \text{et} & \eta=1,0 - \frac{(f_{ck}-50)}{200} & \text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90\text{MPa} \end{array}$$

Pour modéliser le comportement de l'acier en traction, on retient le diagramme avec palier plastique à f_{yd} sans limitation de déformation.

Le comportement de l'acier est modélisé par un diagramme de calcul en introduisant des valeurs caractéristiques et un coefficient partiel de sécurité.

L'article 3.2.7 de la norme NF EN 1992-1-1 définit :

- ✓ la limite élastique caractéristique (fractile de 5%) f_{yk}
- ✓ le coefficient partiel relatif à l'acier γ_s ;
 - $\gamma_s = 1,15$ pour les situations de projet durables (en service) et transitoires (phase de travaux);
 - $\gamma_s = 1,0$ pour les situations de projet accidentelles ;

Ainsi, la limite élastique de calcul f_{yd} est égale au rapport de la limite élastique caractéristique f_{yk} sur le coefficient partiel relatif à l'acier, γ_s . $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$.

La norme NF EN 1992-1-1 propose de choisir entre deux diagrammes contraintes-déformations :

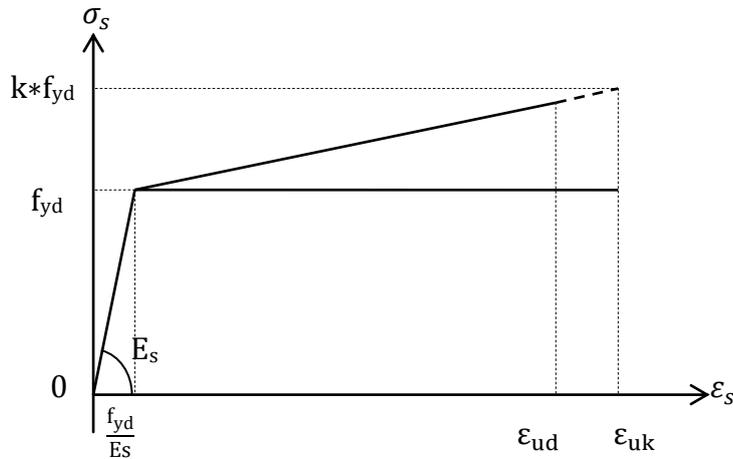
- ✓ diagramme avec palier plastique à f_{yd} sans limitation de déformation
- ✓ diagramme avec branche supérieure inclinée avec une limitation de la déformation égale à ε_{ud} et une contrainte maximale $k*f_{yd}$ pour ε_{uk} .

L'équation de la branche inclinée s'écrit :

$$\sigma_s = f_{yd} * \left[1 + \frac{(k-1) * \left(\varepsilon_s - \frac{f_{yd}}{E_s} \right)}{\left(\varepsilon_{uk} - \frac{f_{yd}}{E_s} \right)} \right] \quad \text{pour } \varepsilon_s \in \left[\frac{f_{yd}}{E_s} ; \varepsilon_{ud} \right]$$

Diagrammes contrainte-déformation de calcul pour les aciers

(source :NF EN 1992-1-1, art.3.2.7(2), figure 3.8)

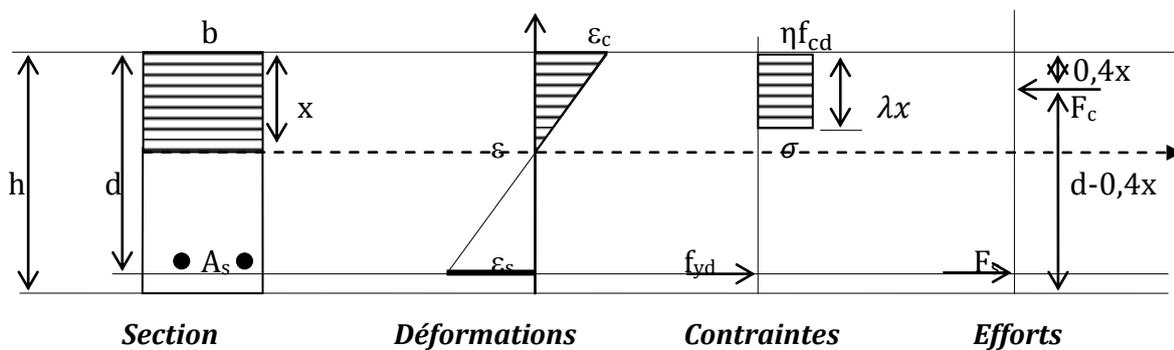


Les paramètres k , ϵ_{ud} , ϵ_{uk} dépendent de la classe des aciers établie par la norme NF EN 10 080.

Paramètres de contraintes et déformations par classes d'armatures

Dénomination selon la norme NF EN 10080		B500A	B500B	B500C
Classe		A	B	C
Rapport de la contrainte à l'allongement ϵ_{uk} sur la limite d'élasticité de calcul f_{yd}	k	1,05	1,08	1,15
Valeur caractéristique de la déformation sous charge maximale	ϵ_{uk} (%)	2,5	5,0	7,5
Déformation maximale de calcul $\epsilon_{ud}=0,9.\epsilon_{uk}$	ϵ_{ud} (%)	2,25	4,5	6,75
Limite élastique caractéristique	f_{yk} (MPa)	500	500	500
Limite élastique de calcul avec $\gamma_s=1,15$ et palier	f_{yd} (MPa)	434,78	434,78	434,78
Limite élastique de calcul avec $\gamma_s=1,15$ et droite inclinée	f_{yd} (MPa)	454,14	465,93	493,28

Notations ELU en section rectangulaire



3. Modélisation de la structure

Portée utile

Pour des poutres qui reposent sur des appuis en béton (poutres, poteaux ou voiles), l'article 5.3.2.2 de la norme NF EN 1992-1-1 propose de tenir compte à la fois de la portée entre nus d'appuis, des dimensions de l'appui et des dimensions de la poutre :

$$l_{\text{eff}} = l_n + a_1 + a_2 \quad \text{avec}$$

l_n portée entre nus d'appuis
 a_1 et a_2 termes correctifs tenant compte de la hauteur de la poutre et de la largeur de l'appui

Hauteur utile

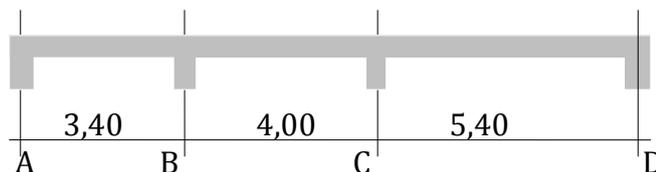
Le choix des armatures longitudinales (diamètre, nombre de barres) et leur position dans la section (nombre de files, nombre de lits) permet de déterminer le cours des armatures transversales (cadres, épingles, étriers et leur diamètre). De plus, l'enrobage est fixé selon les classes d'environnement. Il est donc possible de calculer avec précision la hauteur utile réelle ($d_{\text{réel}}$).

Hauteur utile à prendre en compte lors du dimensionnement

Eléments	Dalle ($h \leq 0,20\text{m}$)	Poutre courante ($0,20\text{m} \leq h \leq 0,60\text{m}$)	Poutre de grande hauteur ($h > 0,60\text{m}$)
Hauteur utile d	$d = h - c_{\text{nom}} - \frac{\phi}{2}$	$d = 0,9 * h$	$d = 0,9 * h$
Recalcul de A_s avec $d_{\text{réel}}$	Rarement	Eventuellement	Fréquemment
ϕ peut être évalué dans un premier temps à 10 mm pour des dalles de portée et de chargement courants			

4. Estimation des actions appliquées sur la poutre

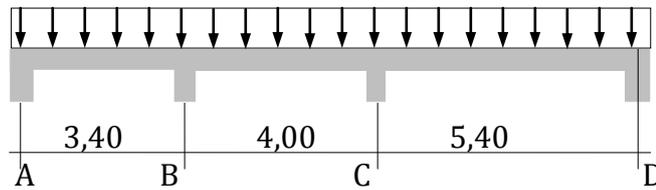
Le calcul porte sur la poutre continue n° 3. En raison de la symétrie, on calcule la partie de la poutre comprise entre les points d'appui A, B, C et D. Sa section longitudinale est représentée sur la figure ci-dessous.



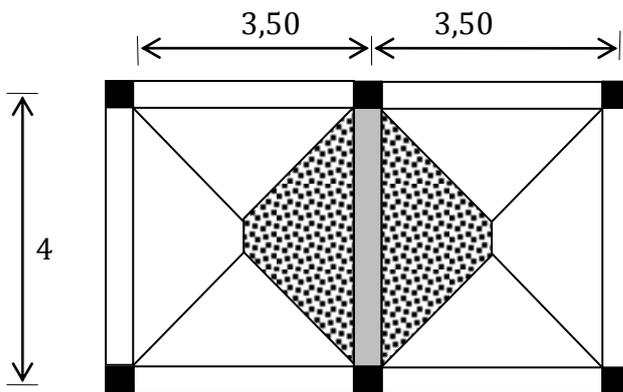
La poutre repose sur des poteaux en béton armé de section carrée de 0,20m de côté. La portée de référence a pour

- ✓ longueur $l = 4\text{m}$,
- ✓ largeur $b = 0,20\text{m}$,
- ✓ hauteur $h = 0,4\text{m}$ (à justifier).

Pour simplifier les calculs, on considère que la poutre est sollicitée par les chargements selon le schéma statique ci-après :



La surface d'influence de la poutre (en hachure) est délimitée par les lignes de rupture des dalles contiguës.



La surface d'influence de la poutre	$S = \frac{(4 \cdot 2 - 3,5) \cdot 3,5}{4} + \frac{(4 \cdot 2 - 3,5) \cdot 3,5}{4}$	= 7,88 m ²
Poids de la retombée de poutre	: 0,2 * (0,40 - 0,12) * 4 * 25 000	= 5 600 N
Poids de la dalle	: 0,12 * 7,88 * 25 000	= 23 640 N
Poids de l'enduit sous la dalle	: 7,88 * 0,02 * 25 000	= 3 940 N
Poids de la chape sur la dalle	: 7,88 * 0,06 * 25 000	= 11 820 N
	Total	: 45 000 N
Charges d'exploitation	Q = 1 500 * 7,88	= 11 820 N

Répartition des charges par unité de longueur:

Charges permanentes	g = 45 000 / 4	= 11 250 N/m.
Charges d'exploitation	q = 11 820 / 4	= 2 955 N/m.

5. Calcul des sollicitations

Une des méthodes théoriques de calcul des sollicitations (moments fléchissants et efforts tranchants) des poutres et des planchers continus est la méthode des trois moments.

L'hypothèse de l'égalité des rotations à gauche et à droite des appuis fait que la valeur du moment calculé sur appui est généralement plus importante que les valeurs maximales des moments en travées. L'utilisation de cette méthode traditionnelle de résistance des matériaux permet de minorer les moments fléchissants sur appuis.

Une poutre de n travées, chargée uniquement sur la dernière travée, transmet des efforts à la première travée, quel que soit le nombre de travées. La méthode des trois moments nécessite l'écriture d'autant d'équations qu'il y a d'appuis intermédiaires. La méthode de calcul peut donc être très longue à appliquer.

5.1. Méthode des trois moments

5.1.1. Evaluation des moments fléchissants sur appuis

Soit une poutre continue à n travées (n+1 appuis), soumise à un chargement quelconque. Une analyse linéaire fondée sur la théorie de l'élasticité peut être utilisée pour déterminer les sollicitations, avec les hypothèses répondant à l'article 5.4(2) de la norme NF EN 1992-1-1, à savoir:

- ✓ sections non fissurées,
- ✓ relations courantes contraintes-déformations linéaires
- ✓ valeurs moyennes du module d'élasticité.

Dans ces conditions, le principe de superposition s'applique.

La structure hyperstatique est rendue isostatique en introduisant n-1 rotules internes sur les n-1 appuis intermédiaires. La continuité est rétablie à l'aide de n-1 moments internes M_i qui représentent les n-1 inconnues hyperstatiques du problème.

Les rotations sur appuis d'une poutre isostatique sous $q_i(x)$ sont les suivantes :

$w_{i,g}(q_i)$ rotation à gauche de l'appui i compté positivement dans le sens xy du repère local (sens trigonométrique), sous le chargement $q_i(x)$.

$w_{i-1,d}(q_i)$ rotation à droite de l'appui i-1 compté négativement dans le sens xy du repère local (sens trigonométrique), sous le chargement $q_i(x)$.

Les rotations sur appuis d'une poutre isostatique sous M_{i-1} et M_i sont les suivantes :

$w_{i,g}(M_{i-1};M_i)$ rotation à gauche de l'appui i sous les moments $M_{i-1};M_i$

$w_{i-1,d}(M_{i-1};M_i)$ rotation à droite de l'appui i-1 sous les moments $M_{i-1};M_i$

Les rotations sur appuis dues aux moments M_{i-1} et M_i sont données par les formules de résistance des matériaux :

$$w_{i,g}(M_{i-1};M_i) = \frac{M_{i-1} * l_i}{6 * E * I_i} + \frac{M_i * l_i}{3 * E * I_i} \qquad w_{i-1,d}(M_{i-1};M_i) = - \frac{M_{i-1} * l_i}{3 * E * I_i} - \frac{M_i * l_i}{6 * E * I_i}$$

Les n-1 équations de compatibilité en rotation s'écrivent

$$w_{i,g}(M_{i-1};M_i) + w_{i,g}(q_i) = w_{i-1,d}(M_{i-1};M_i) + w_{i-1,d}(q_{i+1})$$

Soit donc

$$\frac{M_{i-1} * l_i}{6 * E * I_i} + \frac{M_i * l_i}{3 * E * I_i} + w_{i,g}(q_i) = - \frac{M_{i-1} * l_i}{3 * E * I_i} - \frac{M_i * l_i}{6 * E * I_i} + w_{i-1,d}(q_{i+1})$$

Si les moments quadratiques sont identiques d'une travée à l'autre: $I_i = I_{i+1} = I \quad \forall i$, il vient

$$M_{i-1} * l_i + 2 * M_i * (l_i + l_{i+1}) + M_{i+1} * l_{i+1} = 6 * E * I * [w_{i,d}(q_{i+1}) - w_{i,g}(q_i)]$$

C'est l'équation des trois moments, dite équation de Clapeyron.

Les rotations sur appuis $w_{i,d}(q_{i+1})$ et $w_{i,g}(q_i)$ dues au chargement extérieur dépendent du type de chargement :

- ✓ pour une charge uniformément répartie : $w_{i,g} = - w_{i-1,d} = - \frac{q_i * l_i^3}{24 * E * I}$
- ✓ pour une charge concentrée : $w_{i,g} = \frac{F * a * (l_i - a) * (l_i + a)}{6 * E * I * l_i}$
 $w_{i-1,d} = - \frac{F * a * (l_i - a) * (2 * l_i - a)}{6 * E * I * l_i}$

5.1.2. Evaluation des efforts tranchants et des moments fléchissants en travée

Les efforts tranchants et les moments fléchissants en travées sont déduits des moments fléchissants sur appuis par la statique, en superposant les diagrammes.

Valeur de l'effort tranchant hyperstatique : $V_{y(x)} = V_0(x) + \frac{M_{i-1} - M_i}{l_i}$

Valeur du moment fléchissant hyperstatique : $M(x) = M_0(x) + M_{i-1} * (1 - \frac{x}{l_i}) + M_i * \frac{x}{l_i}$

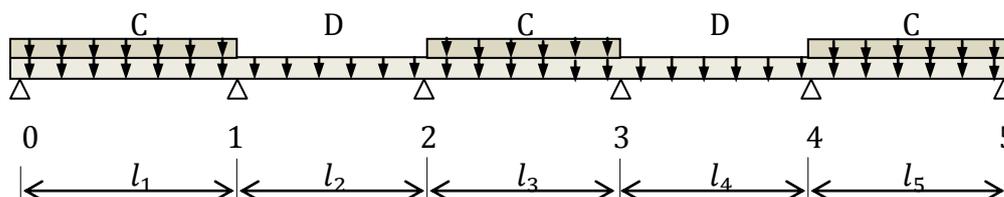
- avec
- $V_0(x)$: effort tranchant isostatique, sous le chargement extérieur (N)
 - $V_{y(x)}$: effort tranchant hyperstatique (N)
 - $M_0(x)$: moment fléchissant isostatique, sous le chargement extérieur (N)
 - $M(x)$: moment fléchissant hyperstatique (N)

5.2. Cas de charges

Les sollicitations maximales en travées et sur appuis sont obtenues en envisageant différents cas de charges. Prenons l'exemple des combinaisons fondamentales aux ELU et notons C les travées chargées par $1,35G + 1,5Q$ et D les travées déchargées en exploitation, soit $1,35G$.

Selon la norme NF EN 1992-1-1, art. 5.1.3(1) a) :

- ✓ Les moments fléchissants maximaux dans les travées impaires sont obtenus en chargeant les travées impaires (C) et en déchargeant les autres (D)



6.2. Calcul des moments fléchissants

Une des méthodes théoriques de calcul des sollicitations (moments fléchissants et efforts tranchants) des poutres et des planchers continus est la méthode des trois moments.

L'hypothèse de l'égalité des rotations à gauche et à droite des appuis fait que la valeur du moment calculé sur appui est généralement plus importante que les valeurs maximales des moments en travées. L'utilisation de cette méthode traditionnelle de résistance des matériaux permet de minorer les moments fléchissants sur appuis.

Une poutre de n travées, chargée uniquement sur la dernière travée, transmet des efforts à la première travée, quel que soit le nombre de travées. La méthode des trois moments nécessite l'écriture d'autant d'équations qu'il y a d'appuis intermédiaires. La méthode de calcul peut donc être très longue à appliquer.

Une méthode pratique, qui adapte la formule des trois moments au béton armé, est due à Albert Caquot. Celle-ci présente l'avantage d'être très simple, en s'affranchissant de la résolution d'un système linéaire.

Méthode de Caquot

Domaine d'application

Cette méthode s'applique essentiellement aux poutres et planchers des constructions industrielles, avec des charges d'exploitation relativement élevées, qui vérifient :

$$q \geq \min\{2 \cdot g; 5\,000 \text{ N/m}^2\}$$

Il est néanmoins possible d'utiliser cette méthode dans tous les cas. Le temps de calcul est long mais le calcul précis.

Principe de la méthode

Par rapport à la méthode théorique des trois moments, cette méthode de continuité simplifiée apporte des corrections afin de tenir compte :

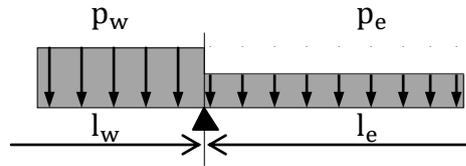
- ✓ du fluage du béton, en réduisant légèrement les moments sur appuis et en augmentant d'autant les moments en travée ;
- ✓ de l'amortissement des effets des chargements des travées successives, ce qui permet de charger uniquement les travées voisines de l'appui pour calculer le moment sur appui ; cela permet également de limiter le nombre de cas de charges à envisager.

Evaluation des sollicitations

Pour le calcul du moment sur appui, on adopte des portées fictives notées l'_i telles que

- ✓ $l'_1 = l_1$ pour les 2 travées de rive
- ✓ $l'_i = 0,8l_i$ pour les travées intermédiaires.

Notations (cas des charges réparties)



L'équation paramétrique des trois moments s'écrit :

$$M_{i-1} * l_i + 2 * M_i * (l_i + l_{i+1}) + M_{i+1} * l_{i+1} = 6 * E * I * \left(\frac{q_{i+1} * l_{i+1}^3}{24 * E * I_{i+1}} - \frac{q_i * l_i^3}{24 * E * I_i} \right)$$

En travée fictive, $M_{i-1} = +M_{i+1} = 0$ et l'équation ci-dessus s'écrit :

$$2 * M_i * (l'_w + l'_e) = 6 * E * I * \left(-\frac{p_w * l'_w{}^3}{24 * E * I_i} - \frac{p_e * l'_e{}^3}{24 * E * I_i} \right) \Rightarrow M_i = -\frac{p_w * l'_w{}^3 + p_e * l'_e{}^3}{8 * (l'_w + l'_e)} \text{ avec}$$

- $l_w = l_i$ travée west, à gauche de l'appui (m)
- $l_e = l_{i+1}$ travée est, à droite de l'appui (m)
- $p_w = q_i$ chargement west, à gauche de l'appui (N/m)
- $p_e = q_{i+1}$ chargement est, à droite de l'appui (N/m)

La méthode Caquot minore le moment sur appui M_i en remplaçant le 8 du dénominateur par 8,5. D'où

$$M_i = -\frac{p_w * l'_w{}^3 + p_e * l'_e{}^3}{8,5 * (l'_w + l'_e)}$$

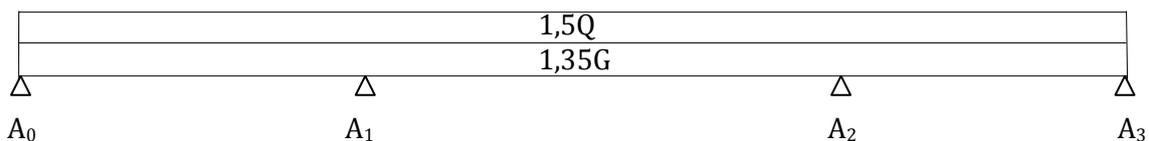
Cette méthode est très appréciée car elle permet d'obtenir simplement la valeur d'un moment sur appuis au moyen d'une seule équation du premier degré.

Cas de charges

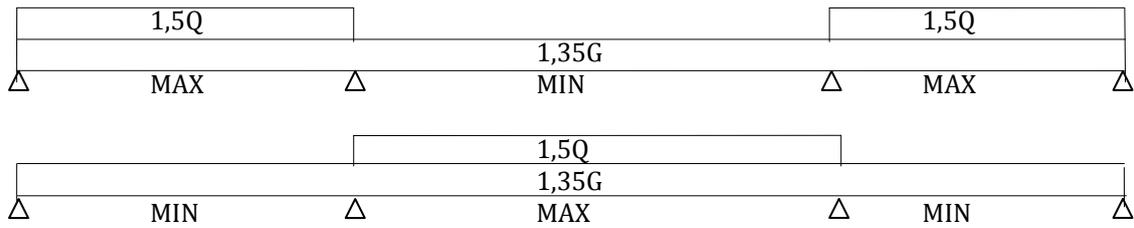
Les sollicitations maximales agissantes en travées et sur appuis sont obtenues en envisageant différents cas de charges. Ces cas de charges sont limités à trois.

A'ELU:

- Les moments maximums sur appuis sont obtenus pour le chargement maximum appliqué sur toute la poutre.



- Les moments maximums et minimums en travées sont obtenus par des chargements alternés. Les chargements minimums sont importants: les travées peuvent, dans certains cas, être tendues en partie supérieure de la poutre.



A L'ELS:

Les cas de charges à prendre en compte se déduisent de ceux à l'ELU en enlevant les pondérations.

Méthode de calcul

Le tableau présenté ci-après est établi à l'ELU.

Portées l (m)	l_1	l_2	l_3
Portées fictives l' (m)	$l'_1=l_1$	$l'_2=0,8*l_2$	$l'_3=l_3$
$(l')^3$	$(l'_1)^3$	$(l'_2)^3$	$(l'_3)^3$
$8,5*(l'_w+l'_e)$	$8,5*(l'_1+l'_2)$		$8,5*(l'_2+l'_3)$
Cas 1	p_1	p_2	p_3
	1,5q	1,5q	1,5q
	1,35g	1,35g	1,35g
M_{appui}	0	$M_1 = \frac{p_1 * l'_1{}^3 + p_2 * l'_2{}^3}{8,5 * (l'_1 + l'_2)}$	$M_2 = \frac{p_2 * l'_2{}^3 + p_3 * l'_3{}^3}{8,5 * (l'_2 + l'_3)}$
M_0 travée indépendante	$M_0 = \frac{p_1 * l_1^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_2 * l_2^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_3 * l_3^2}{8}$
M_t milieu de travée	$M_0 - \frac{M_1}{2}$	$M_0 - \frac{M_1 - M_2}{2}$	$M_0 - \frac{M_2}{2}$

Portées l (m)	l_1	l_2	l_3
Portées fictives l' (m)	$l'_1=l_1$	$l'_2=0,8*l_2$	$l'_3=l_3$
$(l')^3$	$(l'_1)^3$	$(l'_2)^3$	$(l'_3)^3$
$8,5*(l'_w+l'_e)$	$8,5*(l'_1+l'_2)$		$8,5*(l'_2+l'_3)$
Cas 2	P_1	P_2	P_3
	1,5q		1,5q
	1,35g	1,35g	1,35g
M_{appui}	0	$M_1 = \frac{p_1 * l'_1{}^3 + p_2 * l'_2{}^3}{8,5 * (l'_1 + l'_2)}$	$M_2 = \frac{p_2 * l'_2{}^3 + p_3 * l'_3{}^3}{8,5 * (l'_2 + l'_3)}$
M_0 travée indépendante	$M_0 = \frac{p_1 * l_1^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_2 * l_2^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_3 * l_3^2}{8}$
M_t milieu de travée	$M_0 - \frac{M_1}{2}$	$M_0 - \frac{M_1 - M_2}{2}$	$M_0 - \frac{M_2}{2}$

Portées l (m)	l_1	l_2	l_3
Portées fictives l' (m)	$l'_1=l_1$	$l'_2=0,8*l_2$	$l'_3=l_3$
$(l')^3$	$(l'_1)^3$	$(l'_2)^3$	$(l'_3)^3$
$8,5*(l'_w+l'_e)$	$8,5*(l'_1+l'_2)$		$8,5*(l'_2+l'_3)$
Cas 3	P_1	P_2	P_3
		1,5q	
	1,35g	1,35g	1,35g
M_{appui}	0	$M_1 = \frac{p_1 * l'_1{}^3 + p_2 * l'_2{}^3}{8,5 * (l'_1 + l'_2)}$	$M_2 = \frac{p_2 * l'_2{}^3 + p_3 * l'_3{}^3}{8,5 * (l'_2 + l'_3)}$
M_0 travée indépendante	$M_0 = \frac{p_1 * l_1^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_2 * l_2^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_3 * l_3^2}{8}$
M_t milieu de travée	$M_0 - \frac{M_1}{2}$	$M_0 - \frac{M_1 - M_2}{2}$	$M_0 - \frac{M_2}{2}$

Les tableaux ci-dessus sont reproduits sur une feuille de calcul Excel. Les résultats trouvés (M_{appui} et M_t) sont les différents moments sollicitant la poutre. Les moments maximaux retenus pour les calculs sont les suivants :

Moments sur appuis :

- ✓ le moment ultime sollicitant la poutre sur appui $M_{ua} = 37\,884\text{N.m.}$
- ✓ le moment de service sollicitant la poutre sur appui $M_{sera} = 27\,208\text{N.m.}$

Moments en travée :

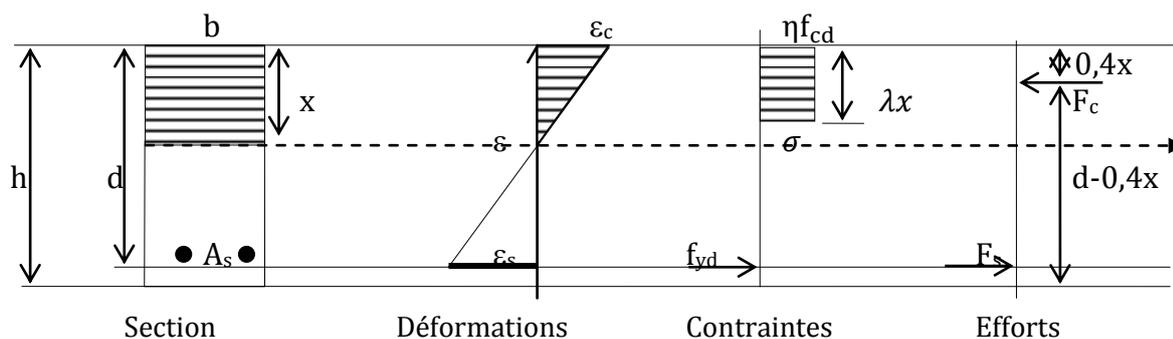
- ✓ le moment ultime sollicitant la poutre en travée $M_{ut} = 57\,347\text{N.m.}$
- ✓ le moment de service sollicitant la poutre en travée $M_{sert} = 41\,356\text{N.m.}$

Les dimensions de la poutre, les données sur les matériaux et la situation de projet, ainsi que les chargements sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Géométrie			Données			Chargements		
Notation	Valeur	Unité	Notation	Valeur	Unité	Notation	Valeur	Unité
b	20	cm	γ_s	1,15	-	g	11 250	N.m
h=d+dt	40	cm	γ_c	1,5	-	q	2 955	N.m
dp	0	cm	Résistances caractéristiques			Sollicitations maximales		
dt	5	cm	f_{yk}	500	MPa	$M_{Ed,travée}$	57 347	N.m
			f_{ck}	25	MPa	$M_{Ed,appui}$	37 884	N.m

6.3. Calcul des déformations

La figure ci-dessous représente la section de la poutre, le diagramme des déformations, le diagramme des contraintes, ainsi que le diagramme des efforts.



L'hypothèse de Navier-Bernoulli impose un champ de déformations linéaires dans la section:

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x}$$

La déformation dans le béton est limitée à $\epsilon_c = \epsilon_{cu3} = 3,5\text{‰}$; la déformation correspondante dans les armatures tendues vaut:

$$\epsilon_s = \frac{(d-x) * \epsilon_c}{x}$$

Lorsque $\varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s}$, les armatures travaillent dans le domaine élastique ($\sigma_s = E_s * \varepsilon_s \leq f_{yd}$), et sont, par conséquent, mal utilisées. Cette solution n'est pas économique et l'on préfère que les armatures travaillent dans le domaine plastique.

Notons ξ_e , la hauteur relative de béton comprimé qui conduit à des déformations plastiques dans les armatures: $\xi_e = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$

Il s'ensuit un moment résistant égal à $\mu_e = 0,8 * \xi_e * (1 - 0,4 * \xi_e)$

Pour un béton de résistance caractéristique $f_{ck} \leq 50 \text{MPa}$, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3} = 3,5\text{‰}$, et $\varepsilon_s = \frac{f_{yk}}{E_s}$.

On a choisi

- ✓ les matériaux suivants : Acier B500B $f_{yk} = 500 \text{MPa}$
Béton C25/30 $f_{ck} = 25 \text{MPa}$
- ✓ la situation de projet durable Donc, $\gamma_C = 1,5$
 $\gamma_S = 1,15$

On connaît la déformation limite dans le béton : $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$. La déformation correspondante dans les armatures est égale à $\varepsilon_s = \frac{f_{yk}}{\gamma_S * E_s} = \frac{500}{1,15 * 200\,000} = 2,1739\text{‰}$.

On déduit la hauteur de béton comprimé ξ_e et le moment résistant réduit μ_e .

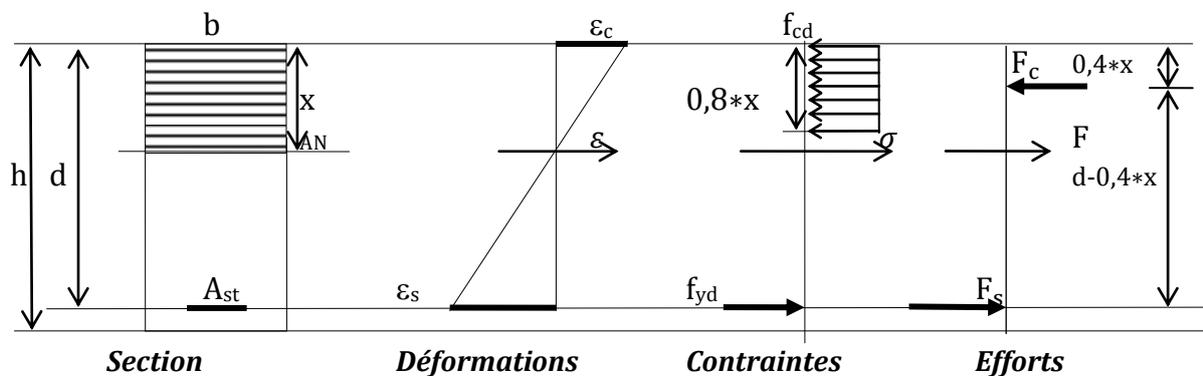
✓ $\xi_e = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{3,5}{3,5 + 2,1739} = 0,61686$

✓ $\mu_e = 0,8 * \xi_e * (1 - 0,4 * \xi_e) = 0,8 * 0,61686 * (1 - 0,4 * 0,61686) = 0,3717$

6.4. Dimensionnement des sections béton.

Equations d'équilibre

La figure ci-dessous représente la section de la dalle, le diagramme des déformations, le diagramme des contraintes et le diagramme des efforts. La résistance de calcul dans le béton est égale à $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$. La hauteur de béton sous f_{cd} est égale à $0,8 * x$.



On connaît :

- les matériaux : f_{ck}, f_{yk}
- le moment fléchissant : M_{Ed}

On cherche:

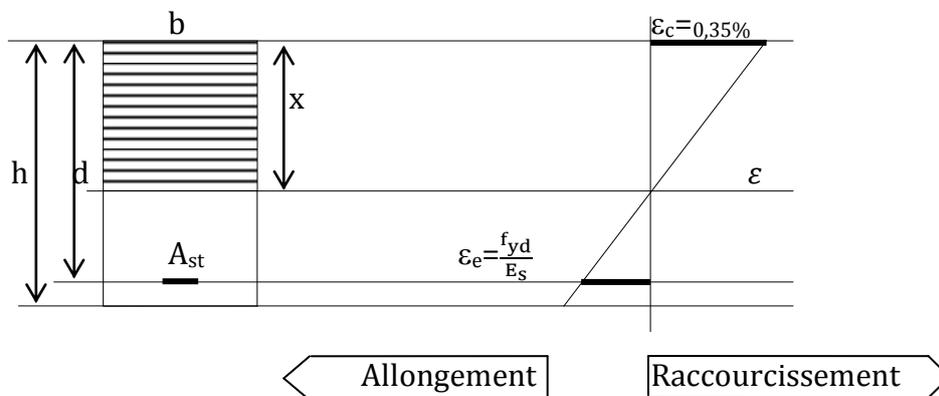
- la largeur de la section : b
- la hauteur de la section : h

La largeur b de la poutre est donnée par le projet à étudier. Elle est égale à 0,20m. Il reste à déterminer la hauteur h.

Lorsqu'on dimensionne une section, on cherche à optimiser l'utilisation des matériaux afin d'obtenir la section la plus économique possible.

Diagramme des déformations limites :

La figure ci-dessous représente la section de la poutre et le diagramme des déformations limites.



- h : hauteur totale de la section
- x : hauteur de béton comprimé
- d : hauteur utile de la section $d \cong 0,9h$
- A_{st} : section des armatures tendues.

Dans ce cas, l'acier et le béton sont utilisés de façon optimale.

Calcul des déformations et dimensionnement

Lorsque les déformations dans le béton et l'acier sont dans le domaine plastique,

- ✓ la hauteur de béton comprimé ξ_e est donnée par la relation

$$\xi_e = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}; \quad \xi_e = \frac{3,5}{3,5 + 2,174} = 0,61686.$$

- ✓ le moment résistant réduit $\mu_e = 0,8 * \xi_e * (1 - 0,4 * \xi_e)$
 $= 0,8 * 0,61686 * (1 - 0,4 * 0,61686)$
 $= 0,3717.$

$$\begin{aligned} \text{Le moment résistant de calcul } M_{Rd} &= \frac{f_{ck}}{1,5} * 0,8 * x * b * (d - 0,4x) \\ &= \frac{f_{ck}}{1,5} * 0,8 * 0,61686 * d * b * (d - 0,4 * 0,61686 * d) \\ &= 0,2478 * b * d^2 * f_{ck}. \end{aligned}$$

Pour déterminer d de façon à optimiser la section, on prend $M_{Ed}=M_{Rd}$.

De l'égalité $M_u=0,2478*b*d^2*f_{ck}$, on tire $d^2=\frac{M_{Ed}}{0,2478*b*f_{ck}}=\frac{57\,347\,000*1,5}{0,2478*200*25}=69\,427$.

On obtient $d=\sqrt{69\,427}=263\text{mm}=26\text{cm}$ ($d_{supposée}\cong 0,9 * h=36\text{cm}$)

La hauteur utile calculée est inférieure à la hauteur utile supposée. L'hypothèse de la hauteur de poutre égale à 40cm est économique.

On prend $h=40\text{cm}$.

La hauteur utile d est donnée par $d=0,9 * 40=36\text{cm}$

On choisit $d=35\text{cm}$.

6.5. Dimensionnement des sections acier.

Dispositions constructives

Arrêt des barres en travée

Il faut prolonger jusqu'à l'appui la moitié des armatures calculées en travée et les ancrer d'au moins $10*\phi$ à partir du nu de l'appui. L'arrêt des barres en travée peut être réalisé à l'aide du tracé de l'épure du moment fléchissant. Nous retenons par défaut d'arrêter forfaitairement les armatures à $0,1 * l$ du nu de l'appui.

Arrêt des barres en chapeau

L'article 9.3.1.2 de la norme NF EN 1992-1-1 stipule que les armatures en chapeau doivent équilibrer au moins 25% du moment maximal en travée pour les appuis intermédiaires et 15% du moment maximal en travée pour les appuis d'extrémité. Les armatures doivent être prolongées au-delà du nu de l'appui de 0,2 fois la longueur de la travée.

Calcul des sections des armatures

On connaît :

- les dimensions de la poutre : b et h
- les caractéristiques des matériaux : f_{ck} et f_{yk}
- le moment fléchissant agissant : M_{Ed}

On cherche :

- la section d'armatures : A_s
- la position de l'axe neutre : x

Les équations qui permettent de lever ces inconnues (A_s, x) sont les équations d'équilibre en efforts et en moments, par application du principe fondamental de la statique dans la section :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 & \Leftrightarrow & A_s * f_{yd} - 0,8 * x * b * f_{cd} = 0 \\ \sum M_{CdG \text{ aciers tendus}} &= 0 & \Leftrightarrow & 0,8 * x * b * f_{cd} * (d - 0,4 * x) = M_{Rd} \end{aligned}$$

L'article 6.4.2 de la norme NF EN 1992-1-1 relatif au principe général de vérification des constructions impose que $M_{Ed} \leq M_{Rd}$. Pour éviter d'écrire des inéquations et alourdir les notations, on considère pour la suite que $M_{Ed} = M_{Rd}$.

Soit ξ la hauteur relative de béton comprimé : $\xi = \frac{x}{d}$. En remplaçant x par $d * \xi$ dans l'équation au moment, il vient $0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi) * d^2 * b * f_{cd} = M_{Ed}$

En prenant $\mu = 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)$, l'équation au moment s'écrit $\mu * d^2 * b * f_{cd} = M_{Ed}$.

On appelle μ le moment réduit ; il est le premier paramètre à calculer car il ne contient que des données connues :

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{d^2 * b * f_{cd}} = \frac{57\,347\,000 * 1,5}{350^2 * 200 * 25} = 0,14044$$

On appelle ξ la hauteur relative de béton comprimé ; elle est calculée en fonction de μ par la résolution de l'équation du second degré $\mu = 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)$.

Ainsi, $\xi = 1,25 * [1 - \sqrt{(1 - 2\mu)}] = 0,19$.

La section d'armatures est déduite de l'équation d'équilibre en effort normal :

$$A_s = \frac{0,8 * x * b * f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} * (d - 0,4 * x)} = \frac{M_{Ed}}{d * f_{yd} * (1 - 0,4 * \xi)}$$

Section des armatures de flexion en travée

$$A_s = \frac{57\,347\,000 * 1,15}{350 * 500 * (1 - 0,4 * 0,19)} = 408 \text{ mm}^2$$

Il faut placer 2HA16 et 1HA12 ($A = 515 \text{ mm}^2$) dans la section.

Cette section est suffisante, car elle est supérieure à la section minimale $A_{s,min}$.

$$\begin{aligned} \text{En effet, } A_{s,min} &= \text{Max} \left\{ 0,26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * b_t * d ; 0,0013 * b_t * d \right\} ; \\ &= \text{Max} \left\{ 0,26 * \frac{2,6}{500} * 200 * 350 ; 0,0013 * 200 * 350 \right\} \\ &= \text{Max} \{ 95 \text{ mm}^2 ; 91 \text{ mm}^2 \} \\ &= 95 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Section des armatures de flexion sur appui

$$A_s = \frac{37\,884\,000 * 1,15}{350 * 500 * (1 - 0,4 * 0,19)} = 269 \text{ mm}^2$$

Il faut placer 3HA12 ($A = 339 \text{ mm}^2$) dans la section.

Cette section est suffisante, car elle est supérieure à $0,2 * 515 = 103 \text{ mm}^2$.

Calcul des sections d'armatures d'effort tranchant

Calcul des contraintes tangentes

Les contraintes tangentes résultent de l'effort tranchant et peuvent être calculées indépendamment des contraintes normales. Quantitativement, les contraintes tangentes sont moins prépondérantes que les contraintes normales, mais leur détermination est indispensable pour calculer les armatures transversales des poutres en béton armé : diamètre, type, cours, espacement, etc.

La présence des armatures transversales dans une poutre en béton armé modifie son fonctionnement mécanique et, par conséquent, le calcul de la répartition des armatures longitudinales (arrêt des barres) et transversales (espacements).

Vérification des efforts tranchants

Procédure générale

Le format général de vérification des constructions aux ELU décrite dans l'article 6.4.2 de la norme NF EN 1992-1-1 consiste à vérifier que, dans toutes les sections, l'effort tranchant agissant est inférieur à l'effort tranchant résistant :

L'effort tranchant peut être repris

- ✓ par la seule section de béton dans le cas de poutres non armées transversalement,
- ✓ par les armatures transversales et par les bielles de béton comprimé dans le cas de poutres armées transversalement.

Formulations générales des vérifications des efforts tranchants

(source : NF EN 1992-1-1, art. 6.2.1)

Formulations	Notations	Remarques
$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$	V_{Ed} : effort tranchant agissant $V_{Rd,c}$: effort tranchant résistant repris par le béton	Cas des éléments ne requérant pas d'armatures d'effort tranchant (dalles non armées)
$V_{Ed} \leq V_{Rd};$ $V_{Rd} = \text{Min}\{V_{Rd,s}; V_{Rd,max}\}$	$V_{Rd,s}$: effort tranchant résistant repris par les armatures travaillant à leur limite élastique. $V_{Rd,max}$: valeur de calcul de l'effort tranchant maximal pouvant être repris par l'élément, avant écrasement des bielles de compression	Cas des éléments requérant des armatures d'effort tranchant.

Éléments ne requérant pas d'armatures d'effort tranchant

Conformément à l'article 6.2.2 de la norme NF EN 1992-1-1, les éléments pour lesquels aucune armature d'effort tranchant n'est requise doivent vérifier l'inégalité suivante :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = (\text{Max}\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{min}\} + k_1 * \sigma_{cp}) * b_w * d$$

Ceci concerne essentiellement les dalles, pour lesquelles l'effort tranchant agissant est exclusivement repris par le béton.

Calcul de l'effort tranchant résistant repris par le béton dans le cas d'éléments non armés transversalement

Paramètres	Commentaires	Source
$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$	$\gamma_c = 1,5$ pour les situations de projet durables (en service) et transitoires (phase travaux) et $\gamma_c = 1,2$ pour les situations de projet accidentelles	Annexe nationale française
$k = \min\left\{1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2\right\}$	d, hauteur utile en mm	NF EN 1992-1-1
$\rho_L = \min\left\{\frac{A_{sL}}{b_w * d}; 0,02\right\}$	A_{sL} est la section d'armatures longitudinales à une distance d de la section considérée en direction de l'extrémité de la barre	NF EN 1992-1-1
$v_{min} = 0,035 * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$	k est le coefficient ci-dessus et f_{ck} la résistance caractéristique en compression du béton en MPa	NF EN 1992-1-1
	$v_{min} = \frac{0,34}{\gamma_c} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ sur les dalles bénéficiant d'un effet de redistribution transversale	Annexe nationale française
	$v_{min} = \frac{0,053}{\gamma_c} * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ pour les poutres, et pour les dalles autres que celles ci-dessus	
	$v_{min} = \frac{0,35}{\gamma_c} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ pour les voiles	
$k_1 = 0,15$	Pour la prise en compte d'un effort normal éventuel	
$\sigma_{cp} = \min\left\{\frac{N_{Ed}}{A_c}; 0,2 * f_{cd}\right\}$	N_{Ed} est l'effort normal agissant dans la section droite, dû aux charges extérieures appliquées et/ou à la précontrainte, en Newton A_c est l'aire de la section droite du béton, en mm ²	NF EN 1992-1-1

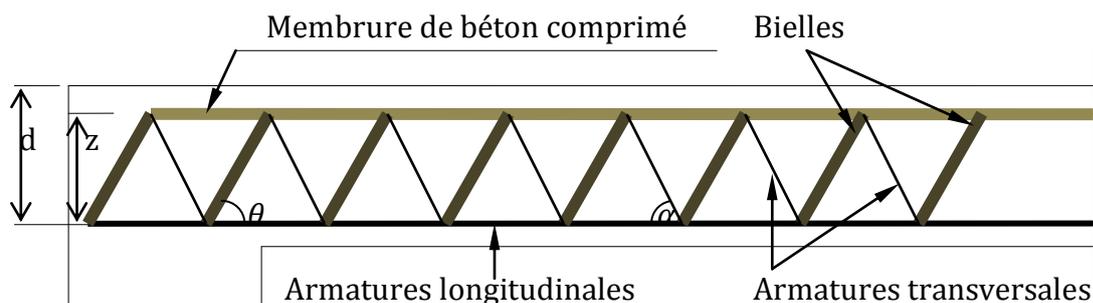
Éléments requérant des armatures d'effort tranchant

Treillis de Ritter-Mörsch

Les poutres prismatiques en béton armé avec des armatures d'effort tranchant fonctionnent mécaniquement comme un treillis, appelé treillis de Ritter-Mörsch.

Un tel treillis est constitué par

- ✓ des membrures inférieures tendues (aciers longitudinaux),
- ✓ des membrures supérieures de béton comprimé,
- ✓ des diagonales de béton comprimé appelées bielles, et
- ✓ des armatures transversales.



La norme NF EN 1992-1-1 retient les notations suivantes :

- α : angle entre les armatures d'effort tranchant (armatures transversales) et la fibre moyenne de l'élément ;
- θ : angle entre la bielle de compression et la fibre moyenne de l'élément ; θ n'est plus obligatoirement égal à 45 ; il peut être choisi entre 21,8 et 45 .
- b_w : la plus petite largeur de la section comprise entre la membrure tendue et la membrure comprimée ;
- z : le bras de levier des forces internes ; pour les calculs à l'effort tranchant d'une section de béton armé sans effort normal, on peut adopter la valeur approchée $z=0,9*d$.

Lorsque l'espacement des armatures transversales s est inférieur à z , la poutre fonctionne en treillis multiple : une fissure peut être cousue par plusieurs armatures transversales.

Une fissure d'effort tranchant est cousue par $n = \frac{z * (\cot \theta + \cot \alpha)}{s}$ armatures transversales. L'effort tranchant repris par ces n armatures est égal à

$$V_{Rd,s} = \frac{z * (\cot \theta + \cot \alpha)}{s} * A_{sw} * f_{ywd} * \sin \alpha \quad \text{avec}$$

- A_{sw} : section des armatures d'effort tranchant (m^2)
- f_{ywd} : limite élastique de calcul des armatures d'effort tranchant (MPa)
- s : espacement des armatures transversales (m)

La largeur de la bielle de béton comprimé est égale à $z * (\cot \theta + \cot \alpha) * \sin \alpha$. L'effort de compression dans la bielle est calculée pour une contrainte dans le béton égale à $\alpha_{cw} * v_1 * f_{cd}$, soit un effort de $\alpha_{cw} * b_w * z * v_1 * f_{cd} * (\cot \theta + \cot \alpha) * \sin \alpha$.

Ainsi, en projetant cet effort verticalement, on obtient :

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} * b_w * z * v_1 * f_{cd} * (\cot \theta + \cot \alpha) * \sin^2 \theta \quad \text{avec}$$

- α_{cw} : coefficient tenant compte de l'état de contrainte dans la membrure comprimée (MPa)

Valeurs de α_{cw} en fonction du type de sollicitation

Type de sollicitation		Valeurs de α_{cw}
Flexion simple		1
Flexion composée avec compression (précontrainte)	$0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 * f_{cd}$	$1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}$
	$0,25 * f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,50 * f_{cd}$	1,25
	$0,50 * f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,0 * f_{cd}$	$2,5 * (1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}})$
Flexion composée avec traction (clause 6.2.3(3) de l'annexe nationale française)		$1 + \frac{\sigma_{ct}}{f_{ctm}}$

- v_1 peut être pris égal à v (art. 6.2.3(3), note 1), avec $v = 0,6 * (1 - \frac{f_{ck}}{250})$

L'effort tranchant résistant est égal à: $V_{Rd} = \text{Min}\{V_{Rd,s}; V_{Rd,max}\}$

La section d'armatures transversales est obtenue en égalant $V_{Rd,s}$ à V_{Ed} :

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z * f_{ywd} * \sin\alpha * (\cot\theta + \cot\alpha)}$$

Cas particulier des armatures verticales ($\alpha = 90^\circ$)

Dans les bâtiments courants, les armatures transversales de poutres sont souvent verticales ($\alpha = 90^\circ$). Cela simplifie les équations du treillis de Ritter-Mörsch :

$$\begin{aligned} \checkmark V_{Rd,s} &= \frac{z * \cot\theta}{s} * A_{sw} * f_{ywd} \\ \checkmark V_{Rd,max} &= \alpha_{cW} * b_w * z * v_1 * f_{cd} * \sin\theta * \cos\theta \\ \checkmark \frac{A_{sw}}{s} &= \frac{V_{Ed}}{z * f_{ywd} * \cot\theta} \end{aligned}$$

Transmission directe des charges aux appuis

Lorsque des charges sont appliquées au voisinage des appuis, on considère qu'une partie de la charge est transmise directement à l'appui par l'intermédiaire des bielles de béton comprimées, et qu'elle soulage ainsi l'effort tranchant agissant V_{Ed} .

L'article 6.2.3 (8) de la norme NF EN 1992-1-1 permet de minorer V_{Ed} par un coefficient $\beta = \frac{a_v}{2*d} \leq 1$ si la distance a_v de la charge au nu de l'appui est telle que $\frac{d}{2} \leq a_v \leq 2*d$.

Pour $a_v \leq \frac{d}{2}$, il faut prendre $a_v = \frac{d}{2}$.

Cette réduction de l'effort tranchant n'est pas admise pour la vérification de $V_{Rd,max}$. Pour la valeur de V_{Ed} calculée sans appliquer le facteur β , il faut s'assurer que

$$V_{Ed} = 0,5 * b_w * d * v * f_{cd}$$

Si cette condition n'est pas respectée, il faut disposer des armatures transversales afin de remonter l'effort tranchant. Celles-ci doivent être disposées sur une longueur de $0,75 * a_v$, conformément à l'article 6.2.3 (8) de la norme NF EN 1992-1-1.

La section des armatures transversales doit vérifier la relation

$$\beta * V_{Ed} \leq A_{sw} * f_{ywd} * \sin\alpha.$$

Ferraillage transversal minimal et espacements maximaux

Ferraillage transversal

L'article 9.2.2(5) de la norme NF EN 1992-1-1 précise que la section minimale d'armatures transversales est donnée par la relation suivante:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq 0,08 * \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} * b_w * \sin\alpha.$$

Cette section peut être omise

- ✓ dans les éléments tels que les dalles (pleines, nervurées ou alvéolées), lorsqu'une redistribution transversale des charges est possible.
- ✓ dans les éléments secondaires (linteaux de portée inférieure à 2 mètres par exemple) qui ne contribuent pas de manière significative à la résistance et à la stabilité d'ensemble de la structure, comme mentionné à l'article 6.2.1(4) de la norme.

E spacements maximaux

L'espace ment longitudinal maximal mesuré entre armatures transversales en treillis simple est de $z*(\cot \theta + \cot \alpha)$. L'article 9.2.2(6) de la norme NF EN 1992-1-1 retient des valeurs plus sécuritaires, avec des bielles inclinées à 45° ($\cot \theta = 1$) :

$s \leq s_{l,max} = 0,75*d*(1 + \cot \alpha)$ pour les cadres, étriers et épingles

$s \leq s_{l,max} = 0,60*d*(1 + \cot \alpha)$ pour l'espace ment entre les barres relevées

Répartition des armatures transversales

Prescriptions règlementaires

Les armatures transversales sont réparties à l'aide de l'effort tranchant agissant $V_{Ed}(x)$ et en tenant compte des deux dispositions règlementaires suivantes, à savoir :

- ✓ Règle de la distance à l'appui
- ✓ Règle du décalage

Règle de la distance à l'appui :

Dans le cas d'éléments soumis principalement à des charges uniformément réparties, il n'est pas nécessaire d'effectuer de vérification à l'effort tranchant à une distance au nu de l'appui inférieure à d ; il suffit de maintenir les armatures d'effort tranchant requises jusqu'au droit de l'appui (art.6.2.1(8)). Cela revient à considérer que les charges à proximité de l'appui ne participent pas à l'augmentation de l'effort tranchant car elles descendent directement sur l'appui.

Règle du décalage :

Dans les régions où $V_{Ed}(x)$ est continu, par exemple pour un chargement uniforme, il est possible d'utiliser la plus petite valeur de $V_{Ed}(x)$ sur une longueur $l_1 = z*(\cot \theta + \cot \alpha)$ (art.6.2.3(5)). Cela signifie que, dans une section d'abscisse x où règne un effort tranchant $V_{Ed}(x)$, l'espace ment des armatures transversales calculé pour une section peut être appliqué dans toutes les sections entre $x-l_1$ et x , pour $x \in [0; \frac{l_n}{2}]$.

Méthode de répartition des armatures transversales

La méthode de répartition des armatures transversales repose sur l'application successive des deux règles ci-avant.

Valeur de l'inclinaison des bielles

L'article 6.2.3(2) de la norme NF EN 1992-1-1 encadre la valeur de l'inclinaison des bielles : $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$, soit $21,8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$. Les avis des auteurs divergent quant à la valeur à adopter...

Une bonne méthode en première approche consiste à vérifier le non-écrasement du béton avec $\cot \theta = 2,5$ en partie courante et sur appuis.

- ✓ Si $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$, on retient $\cot \theta = 2,5$ pour la suite des calculs des cas courants.
- ✓ Si $V_{Ed} > V_{Rd,max}$, on doit redresser la bielle en augmentant θ ou revoir les dimensions de la poutre.

Marche à suivre

Le projeteur est, en principe, totalement libre du choix de l'angle θ , à condition qu'il s'arrange pour avoir $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$, soit $21,8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$.

La valeur de θ doit être choisie pour minimiser la quantité totale d'armatures longitudinales et d'effort tranchant. Si les barres longitudinales ne sont pas arrêtées, on peut choisir θ de manière à vérifier la condition :

$$V_{Ewd} \leq V_{Rd,max}$$

Dans ce dernier cas, on opère comme suit :

1. Soit $V_{Ed,red}$ l'effort tranchant réduit pour tenir compte du phénomène de transmission directe (pour une charge uniformément répartie, il s'agit de l'effort tranchant dans la section à une distance d du nu de l'appui).

$$\text{Posons } \tau_{red} = \frac{V_{Ed,red}}{0,9 * b_w * d} \quad \text{et} \quad \tau^* = \frac{\tau_{red}}{v * f_{cd}}$$

2. On cherche à réaliser la condition

$$V_{Ed,red} \leq V_{Rd,max} = \alpha_{cw} * b_w * z * v_1 * f_{cd} * \sin \theta * \cos \theta, \text{ ce qui conduit à}$$

$$\tau^* \leq \frac{\tau_{red}}{v * f_{cd}} ; \tau^* \leq \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta}; \quad \cot \theta \leq \frac{1 + \sqrt{1 - 4 * (\tau^* - \cot \alpha) * \tau^*}}{2 * \tau^*} \leq 2,5$$

$$\text{Si } \alpha = 90^\circ, \quad \cot \theta \leq \frac{1 + \sqrt{1 - 4 * \tau^{*2}}}{2 * \tau^*}.$$

$$\text{La condition } \cot \theta \leq 2,5 \text{ entraîne } \tau^* \geq \frac{10 + 4 * \cot \alpha}{29}; \text{ soit, pour } \alpha = 90^\circ, \quad \tau^* \geq 0,3448$$

3. Donc, dans le cas des armatures d'âme droites,

- ✓ Si $\tau^* \leq 0,3448$, $\cot \theta \geq 2,5$, on adopte la valeur maximale autorisée, soit $\cot \theta = 2,5$, dans les calculs.

- ✓ Si $\tau^* > 0,3448$, $\cot \theta = \frac{1 + \sqrt{1 - 4 * \tau^{*2}}}{2 * \tau^*}.$

4. Une fois $\cot \theta$ déterminé, pour tout effort tranchant agissant V_{Ewd} tel que

$$V_{Ewd} \leq V_{Ed,red}, \quad \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ewd}}{0,9*d*f_{ywd}*(\cot\theta + \cot\alpha)*\sin\alpha'}$$

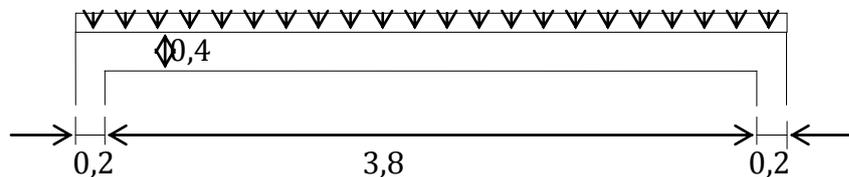
$$\text{ou, si } \alpha=90^\circ, \quad \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ewd}}{0,9*d*f_{ywd}*\cot\theta}$$

5. Il faut choisir la section A_{sw} d'une nappe d'armatures d'effort tranchant, en déduire l'espacement de ces armatures, vérifier que les conditions relatives à l'espacement sont bien remplies et que le pourcentage minimal est bien respecté.

Application : Calcul des sections d'armatures d'effort tranchant

Géométrie : Poutre rectangulaire hyperstatique, continue sur 2 travées :

$$b_w=0,20\text{m} \quad h=0,40\text{m} \quad d=0,35\text{m} \quad \text{poteaux : } 0,2\text{m}*0,2\text{m}$$



Matériaux : Connus
Situation de projet durable : Connue
Portée utile : Connue
Chargement : $g=11\,250\text{N/m}$ $q=2\,955\text{N/m}$
Combinaison fondamentale ELU : $p_u=1,35*G+1,5*Q$
 $=1,35*11\,250+1,5*2\,955$
 $=19\,620\text{N/m}$

Courbe enveloppe de l'effort tranchant

✓ Sur appui : $V_{Ed,max} = p_u * \frac{l_{eff}}{2} = 19\,620 * \frac{4}{2} = 39\,240\text{N}$

✓ A mi-portée : $V_{Ed,min} = \frac{1,5*q*l_{eff}}{8} = \frac{1,5*2\,955*4}{8} = 2\,216\text{N}$

✓ A la distance d du nu d'appui :

$$V_{Ed,red} = V_{Ed,max} - p_u * d = 39\,240 - 19\,620 * 0,35 = 32\,373\text{N}$$

Choix de l'angle d'inclinaison des bielles

$$v = 0,6 * \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 * \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54$$

$$\text{Contrainte maximale de compression des bielles : } v * f_{cd} = 0,54 * \frac{25}{1,5} = 9\text{MPa.}$$

Selon la marche à suivre indiquée, on calcule τ^* .

$$\tau^* = \frac{1}{v*f_{cd}} * \frac{V_{Ed,red}}{0,9*b_w*d} = \frac{1}{0,54*9} * \frac{32\,373}{0,9*200*350} = 0,0571 \quad (\tau^* < 0,3448)$$

$$\text{On prend } \cot \theta = 2,5. \text{ On sait que } f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{400}{1,15} = 434,78\text{MPa.}$$

Répartition des armatures transversales

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed,red}}{0,9 * d * f_{ywd} * \cot \theta} = \frac{32\,373}{0,9 * 0,35 * \frac{500}{1,15} * 2,5} = 95 \text{ mm}^2/\text{m}.$$

Il s'ensuit un espacement théorique avec un cadre HA6, ($A_{sw} = 57 \text{ mm}^2$) : $s = \frac{57}{95} = 0,6 \text{ m}$.

Cette valeur dépasse l'espacement minimal, qui est fixé par les règlements à $s_{l,max} = 0,75 * d = 0,75 * 0,35 = 0,2625 \text{ m}$.

On choisit 4HA6, ce qui correspond à une section réelle de $226 \text{ mm}^2/\text{m}$ et un espacement $s = \frac{57}{226} = 0,25 \text{ m}$.

Cette section est suffisante, car elle est supérieure à la section minimale $A_{s,min}$.

On a bien $\frac{A_{sw}}{s} < \frac{v * f_{cd}}{2} * \frac{b_w}{f_{ywd}}$;

En effet, $\frac{v * f_{cd}}{2} * \frac{b_w}{f_{ywd}} = \frac{9}{2} * \frac{200 * 1,15}{400} = 2,5875 \text{ mm}^2/\text{mm} = 2\,588 \text{ mm}^2/\text{m}$

Pourcentage minimal

$$\checkmark \quad \rho_{w,min} = \left(\frac{A_{sw}}{s * b_w}\right)_{min} = 0,08 * \frac{f_{ck}^{\frac{1}{2}}}{f_{yk}} = 0,08 * \frac{25^{\frac{1}{2}}}{500} = 0,0008$$

$$\checkmark \quad \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = \rho_{w,min} * b_w = 0,0008 * 200 = 0,16 \text{ mm}^2/\text{mm} = 160 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$\begin{aligned} \text{L'effort tranchant correspondant est : } V'_{Ed} &= \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} * 0,9 * d * f_{ywd} * \cot \theta \\ &= 0,16 * 0,9 * 350 * \frac{500}{1,15} * 2,5 \\ &= 54\,782,6 \text{ N} \end{aligned}$$

Cette valeur est atteinte à l'abscisse x telle que

$$1,35 * g * \left(\frac{l_{eff}}{2} - x\right) + \frac{1,5 * q * (l_{eff} - x)^2}{2 * l_{eff}} - 54\,782,6 = 0$$

$$1,35 * 11\,250 * (2 - x) + \frac{1,5 * 2\,955 * (4 - x)^2}{2 * 4} - 54\,782,6 = 0$$

$$554,0625 * x^2 - 1\,9620 * x - 15\,542,6 = 0$$

Cette équation est impossible.

Conclusion :

Le pourcentage calculé est inférieur au pourcentage minimal. La poutre est mal utilisée. Néanmoins, une armature minimale est requise. Il faut placer 4 cadres HA6 par mètre sur toute la portée de la poutre, ce qui correspond à une section réelle de $226 \text{ mm}^2/\text{m}$.

Flexion simple à l'ELS

1. Introduction

Les états limites de service (ELS) sont nécessaires pour

- ✓ vérifier les contraintes dans les matériaux acier et béton
- ✓ maîtriser la fissuration
- ✓ limiter les déformations dans les ouvrages – les dalles essentiellement

1.1. Hypothèses

Les hypothèses de calcul des sections aux ELS indiquées par l'article 6.1 de la norme NF EN 1992-1-1 sont les suivantes :

- ✓ les sections planes et droites avant déformations restent planes et droites après déformations : c'est le principe de Navier-Bernoulli ; le champ de déformation est linéaire dans la section ;
- ✓ les sollicitations sont calculées à partir des charges non pondérées, dans la combinaison G+Q ;
- ✓ au contact entre le béton et les armatures : il y a adhérence parfaite entre l'acier et le béton.
- ✓ la résistance du béton tendu est négligée; ce qui est assez réaliste compte tenu de l'état microfissuré du béton armé (retrait, humidité, variation de température, etc.) ;
- ✓ les matériaux ont des comportements élastiques.

1.2. Notations

La figure ci-dessous illustre les notations ELS en section rectangulaire, à savoir :

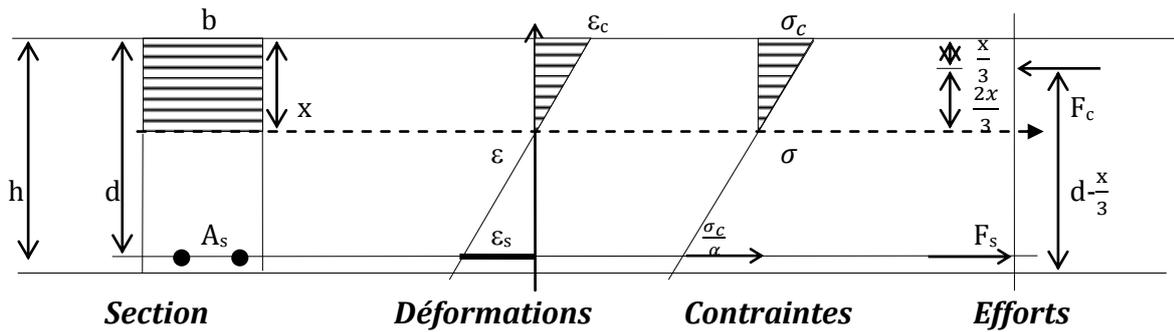
✓ Géométrie

- b largeur de la section (m)
- h hauteur totale de la section (m)
- d hauteur utile de la section (m)
- x hauteur de béton comprimé, définissant la position de l'axe neutre (m)

✓ Matériaux

- A_s section des armatures tendues
- f_{ck} résistance caractéristique du béton (MPa)
- f_{yk} limite élastique caractéristique de l'acier (MPa)

Notations ELS en section rectangulaire



2. Calcul des contraintes

2.1. Valeurs limites

Pour les cas courants, les vérifications des contraintes peuvent se résumer à celles indiquées dans le tableau ci-dessous :

	Béton	Acier
ELS caractéristique	$\sigma_c \leq 0,6 * f_{ck}(1)$	$\sigma_s \leq 0,8 * f_{yk}$
ELS quasi permanent	$\sigma_c \leq 0,45 * f_{ck}$	(2)
(1) Facultatif au sens strict de la norme (2) Le calcul des contraintes de traction dans les armatures, sous combinaison quasi permanente, est nécessaire pour le calcul de l'ouverture des fissures.		

2.2. Coefficient d'équivalence

L'hypothèse de Navier-Bernoulli impose un champ de déformations linéaires dans la section ; ce qui s'écrit

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x}$$

De plus, les matériaux travaillent dans le domaine élastique et linéaire; donc la loi de Hooke s'applique, et

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\sigma_s}{\alpha * (d-x)} \quad \text{avec } \alpha = \frac{E_s}{E_c}$$

α est le coefficient d'équivalence, noté n dans les précédentes règles françaises.

Le module d'élasticité de l'acier n'évolue pas dans le temps: $E_s = 200\ 000\text{MPa}$.

En revanche, le béton flue et son module d'élasticité varie de $E_{cm} = 31\ 000\text{MPa}$ pour des chargements de courte durée (essai de compression sur éprouvette) à environ

$\frac{E_{cm}}{3} \cong 10\ 000\text{MPa}$ pour des chargements de longue durée.

L'article 7.4.3(5) de la norme NF EN1992-1-1 précise que, pour tenir compte du fluage du béton dans le cas des sollicitations de longue durée en combinaison quasi permanente, il faut prendre

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad \text{avec}$$

$\varphi(\infty, t_0)$ coefficient de fluage
 E_{cm} module élastique sécant du béton
 $E_{c,eff}$ module élastique différé du béton. Ainsi : $\alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$

Données :

Humidité relative (en intérieur) RH=50%
 Poutre de 0,20*0,20m supportant une dalle de 0,12m.

Le périmètre en contact avec l'atmosphère est égal à $u=0,2+2*(0,4-0,12)=0,76m$.

$$A_c = 0,2 * 0,4 = 0,08 m^2$$

$$h_0 = \frac{2 * A_c}{u} = \frac{2 * 0,08}{0,76} = 0,21 m$$

$$\text{Béton C25/30} \Rightarrow f_{cm} = 33 MPa$$

Calcul du coefficient de fluage et du coefficient d'équivalence

$$\begin{aligned}
 \varphi(\infty, t_0) &= \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) \\
 &= \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,08 * \sqrt[3]{h_0}}\right) * \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} * \frac{1}{0,08 + t_0^{0,2}} \\
 &= \left(1 + \frac{1 - \frac{50}{100}}{0,08 * \sqrt[3]{210}}\right) * \frac{16,8}{\sqrt{33}} * \frac{1}{0,08 + 28^{0,2}} \\
 &= 2,9594
 \end{aligned}$$

$$E_{cm} = 31\,000 MPa$$

$$\text{Donc } E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{\varphi(\infty, t_0)} = \frac{31\,000}{1 + 2,9594} = 7\,829,44$$

$$\text{Par suite, } \alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200\,000}{7\,829,44} = 25,545.$$

2.3. Calcul des contraintes

Section rectangulaire

Les contraintes sont calculées avec les formules classiques de la résistance des matériaux dans la section homogénéisée (aciers comptés $\alpha * A_s$) et réduite (béton tendu négligé)

	Béton	Acier
Contrainte	$\sigma_c = \frac{M_{ELS,car}}{I_{ser}} * x$	$\sigma_s = \frac{\alpha * M_{ELS,car}}{I_{ser}} * (d - x)$

avec

$M_{ELS,car}$: moment fléchissant sollicitant aux ELS en combinaison caractéristique (N.m)

I_{ser} : moment quadratique de la section homogénéisée et réduite (m^4)

x : position du centre de surface de la section homogénéisée et réduite, qui correspond à la hauteur de béton comprimé (m)

La position du centre de surface est calculée par l'équation d'équilibre de la section au centre de gravité des aciers tendus :

$$\frac{1}{2} * b * x^2 = \alpha * A_s * (d - x)$$

C'est une équation du second degré en x . Sa racine positive est utilisée pour calculer le moment quadratique I_{ser} , dont l'expression est la suivante:

$$I_{ser} = \frac{1}{3} * b * x^3 + \alpha * A_s * (d - x)^2$$

Il faut vérifier que les contraintes dans les matériaux restent inférieures aux contraintes limites définies au paragraphe 9.2.1.

Section en T

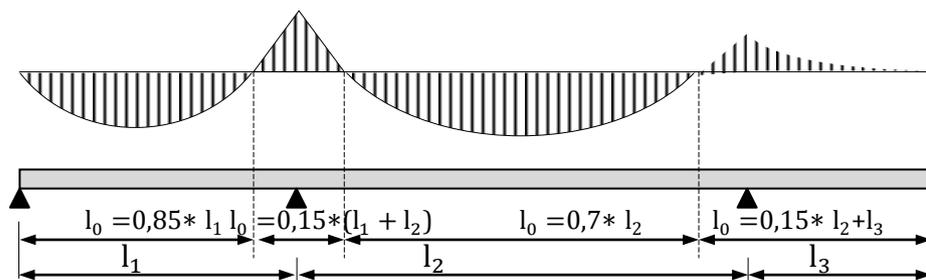
Largeur de la table de compression

Lorsqu'une poutre supporte une dalle et que le béton comprimé de la poutre se trouve en partie supérieure, il est avantageux de considérer qu'une partie de l'effort de compression dans le béton diffuse dans la dalle, sur une certaine largeur. Cela permet de remonter l'axe neutre de la poutre et de diminuer sensiblement la section des armatures inférieures.

Ce mode de fonctionnement concerne également les poutres de rive. Toutefois, il faut s'assurer que ces efforts peuvent réellement diffuser dans la dalle et rajouter, si besoin, des armatures dans la dalle parallèlement aux armatures de flexion ou chapeaux, de celles-ci : ces armatures sont dites « de couture ».

L'article 5.3.2.1 de la norme NF EN 1992-1-1 fixe la largeur participante de la table en fonction des dimensions de l'âme, de la table, du type de chargement, de la portée, des conditions d'appui et des armatures transversales.

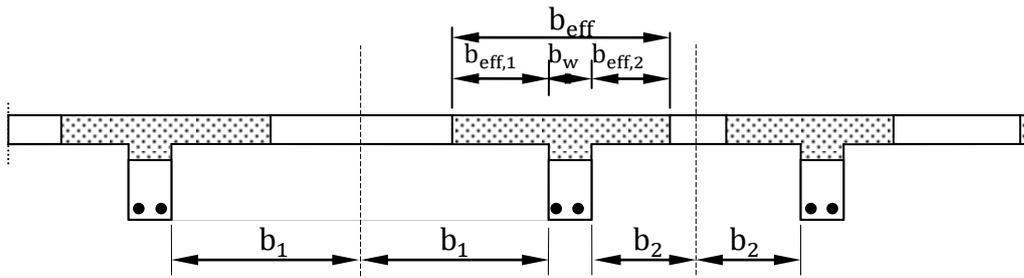
Pour cela, la norme définit forfaitairement les points de moments nuls le long de la poutre.



La largeur participante b_{eff} d'une poutre en T ou en L, est décomposée en un débord à gauche $b_{eff,1}$ et un débord à droite $b_{eff,2}$ de sorte que

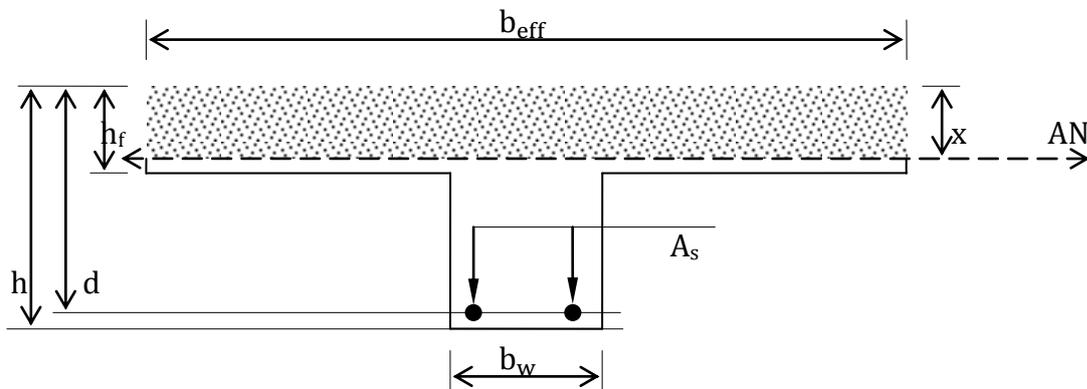
$$b_{eff} = b_{eff,1} + b_w + b_{eff,2} \quad \text{avec}$$

$$b_{eff,1} = \text{Min}\{b_1; 0,2 * b_1 + 0,1 * l_0; 0,2 * l_0\}$$

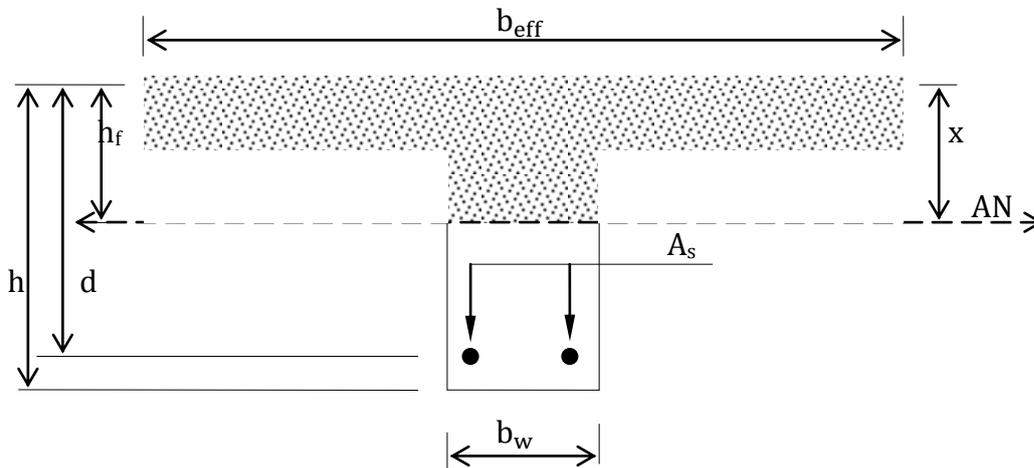


La formule de calcul des contraintes est identique à celles des sections rectangulaires. En revanche, le moment quadratique I_{ser} n'est pas calculé de la même façon selon que l'axe neutre est situé dans la membrure ou dans l'âme.

Section en T, axe neutre dans la membrure



Section en T, axe neutre dans l'âme



La méthode est la suivante :

- ✓ faire l'hypothèse que l'axe neutre est dans la membrure (cas courant) ;
- ✓ calculer x par l'équation d'équilibre aux moments statiques ;
- ✓ vérifier à posteriori que $x \leq h_f$; si ce n'est pas le cas, recalculer x en considérant l'axe neutre dans l'âme ;
- ✓ calculer le moment quadratique et vérifier les contraintes dans les matériaux.

Si l'axe neutre est dans l'âme, il faut utiliser l'équation aux moments statiques suivante pour calculer x :

$$\frac{1}{2} * b * x^2 - \frac{(b-b_w) * (x-h_f)^2}{2} = \alpha * A_s * (d-x)$$

Le moment quadratique I_{ser} est égal à :

$$I_{ser} = \frac{1}{3} * b * x^3 - \frac{(b-b_w) * (x-h_f)^3}{3} + \alpha * A_s * (d-x)^2.$$

Application

Sections résistantes :

La poutre est associée au plancher.

- ✓ Sur appui, une partie de la dalle reprend les efforts de traction. On est en présence d'une poutre en T.
- ✓ Entravée, seule la retombée de la poutre travaille en traction.

Vérification sur appuis :

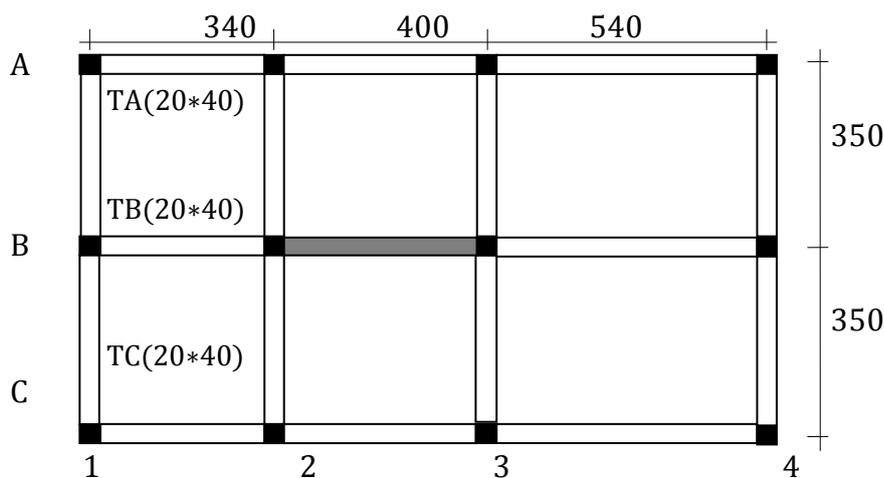
On a une dalle en béton armé reposant sur des poutres de section rectangulaire 20*40cm et des poteaux de section carrée de 20cm de côté.

Calculons, pour la poutre continue TB, la largeur participante sur la travée 2.

La portée entre axes est égale à $l_2 = 400$ cm. C'est une travée intermédiaire, donc $l_{02} = 0,7 * 400 = 280$ cm.

La largeur b_1 est égale à la demi-distance entre deux faces latérales de poutres voisines, soit $b_1 = \frac{350+350}{2} = 350$ cm. Ainsi,

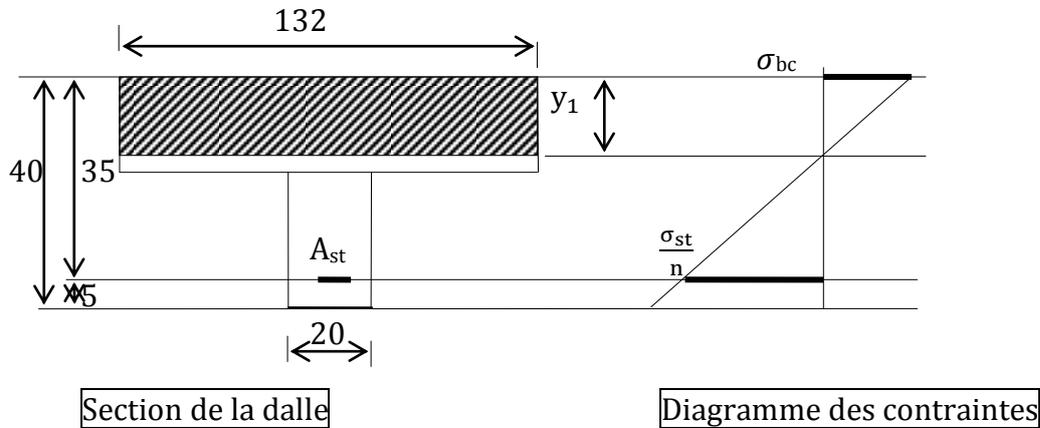
$$\begin{aligned} b_{eff,1} &= \text{Min}\{b_1; 0,2 * b_1 + 0,1 * l_0; 0,2 * l_0\} \\ &= \text{Min}\{350; 0,2 * 350 + 0,1 * 280; 0,2 * 280\} \\ &= 56\text{cm} \end{aligned}$$



$$b_{eff,2} = b_{eff,1} = 56\text{cm.}$$

$$b_{eff} = b_{eff,1} + b_w + b_{eff,2} = 56 + 20 + 56 = 132\text{cm}$$

La largeur de la dalle à prendre en compte de chaque côté de la poutre doit être de 56cm. Nous prenons $b_{\text{eff}} = 20 + 2 * 56$ et adoptons la section représentée sur la figure ci-dessous :



On commence par déterminer la position de l'axe neutre en résolvant l'équation aux moments statiques suivante en y_1 :

$$\frac{1}{2} * b_{\text{eff}} * y_1^2 - \alpha * A_{\text{st}} * (d - y_1) = 0. \quad y_1 = 62 \text{ mm} \quad (h_f = 120 \text{ mm}).$$

La valeur de $y_1 < h_f$; l'axe neutre se trouve dans la table. On écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée et réduite.

$$I_{\text{ser}} = \frac{1}{3} * b_{\text{eff}} * y_1^3 + \alpha * A_{\text{st}} * (d - y_1)^2; \quad I_{\text{ser}} = 823\,139\,040 \text{ mm}^4$$

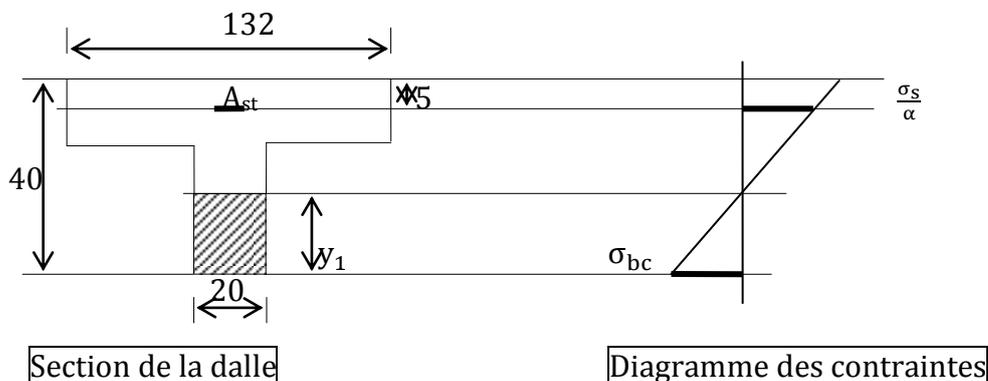
Puis on calcule la valeur de la contrainte maximale de béton comprimé en utilisant l'expression suivante:

$$\sigma_{\text{bc}} = \frac{M_{\text{ELS,car}}}{I_{\text{ser}}} * y_1; \quad \sigma_{\text{bc}} = \frac{27\,208\,000}{823\,139\,040} * 62 = 2,05 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{s}} = \frac{\alpha * M_{\text{ELS,car}} * (d - y_1)}{I_{\text{ser}}}; \quad \sigma_{\text{s}} = \frac{25,545 * 27\,208\,000 * (350 - 62)}{823\,139\,040} = 243,18 \text{ MPa}$$

Vérification en travée :

Nous adoptons la section représentée sur la figure ci-dessous :



On commence par déterminer la position de l'axe neutre en résolvant l'équation aux moments statiques suivante en y_1 :

$$\frac{1}{2} * b_w * y_1^2 - \alpha * A_{st} * (d - y_1) = 0. \quad y_1 = 159 \text{ mm.}$$

On écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée et réduite :

$$I_{ser} = \frac{1}{3} * b_w * y_1^3 + \alpha * A_{st} * (d - y_1)^2; \quad I_{ser} = 747\,910\,780 \text{ mm}^4$$

On calcule ensuite la valeur de la contrainte maximale de béton comprimé en utilisant l'expression suivante:

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ELS,car}}{I_{ser}} * y_1; \quad \sigma_{bc} = \frac{41\,356\,000}{747\,910\,780} * 159 = 8,8 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_s = \frac{\alpha * M_{ELS,car}}{I_{ser}} * (d - y_1); \quad \sigma_s = \frac{25,545 * 41\,356\,000}{747\,910\,780} * (350 - 159) = 269,8 \text{ MPa.}$$

La contrainte maximale dans le béton comprimé ($\sigma_{bc} = 8,8 \text{ MPa}$) ne dépasse pas la contrainte limite $\sigma_{bc} = 0,6 * f_{ck} = 15 \text{ MPa}$.

La contrainte maximale dans l'acier tendu ($\sigma_s = 269,8 \text{ MPa}$) ne dépasse pas la contrainte limite $\sigma_s = 0,8 * f_{yk} = 400 \text{ MPa}$.

Les contraintes sous combinaison caractéristique sont vérifiées.

3. Maîtrise de la fissuration

La maîtrise de la fissuration fait l'objet de l'article 7.3 de la norme NF EN 1992-1-1.

3.1. Généralités

La fissuration doit être limitée afin qu'elle ne porte pas préjudice au bon fonctionnement de la structure et qu'elle ne rende pas son aspect inacceptable. La valeur limite d'ouverture des fissures w_{max} est fixée en fonction de la nature et du fonctionnement de la structure. En béton armé, une ouverture nulle des fissures est impossible: le béton armé est toujours microfissuré en raison du retrait, de l'humidité, des variations de température, du chargement, etc.

Valeurs limites d'ouverture des fissures en combinaison quasi-permanente
(source : NF EN 1992-1-1/NA, clause 7.3.1(5), tableau 7.1)

Classes d'exposition	Description	Valeurs recommandées (mm)
X0	Aucun risque de corrosion ni d'attaque	0,4 (1)
XC1	Corrosion induite par carbonatation	0,3 (2)
XC2, XC3, XC4		
XD1, XD2, XD3	Corrosion induite par les chlorures	0,2
XS1, XS2, XS3	Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer	

- (1) Pour les classes d'exposition XO, XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité, et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable.
- (2) Pour les bâtiments des catégories d'usages A à D, définies dans la norme NF EN 1991-1-1, la maîtrise de la fissuration est supposée assurée par les dispositions minimales de l'article 9.2.1.1(1) de la norme NF EN 1992-1-1

Si la maîtrise de la fissuration est requise, il faut calculer l'ouverture des fissures et disposer une section minimale d'armatures longitudinales.

3.2. Section minimale d'armatures longitudinales

L'article 7.3.2 de la norme NF EN 1992-1-1 précise que la section minimale d'armatures longitudinales est donnée par la relation suivante :

$$A_{s,min} * \sigma_s = k_c * k * f_{ct,eff} * A_{ct} \quad \text{avec}$$

- $A_{s,min}$: section minimale d'armatures dans la zone tendue (m²)
- σ_s : valeur absolue de la contrainte maximale admise dans l'armature, immédiatement après la formation de la première fissure (MPa) ; elle peut être prise égale à la limite d'élasticité f_{yk} de l'armature.
- A_{ct} : aire de la section droite de béton tendu juste avant la formation de la première fissure (m²)
- $f_{ct,eff}$: valeur moyenne de la résistance en traction du béton au moment où les premières fissures sont censées apparaître (MPa) ; $f_{ct,eff} = f_{ctm}$
- k : coefficient qui tient compte de la hauteur de l'âme h pour les sections rectangulaires ou de la largeur b de la membrure pour les sections en T ;

Zone tendue de la poutre	Valeur de k
Ame (section rectangulaire ou section en T)	$k = \text{Min}\{1; \text{Max}(0,65; 1,21 - 0,7 * h)\}$
Membrure	$k = \text{Min}\{1; \text{Max}(0,65; 1,21 - 0,7 * b)\}$

- k_c : coefficient qui tient compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration et avant que ne se modifie le bras de levier ;

Type de sollicitation	Sections rectangulaires et âmes des sections en T	Membrures des sections en T
Traction pure	$k_c = 1$	$k_c = 1$
Flexion simple ou flexion composée	$k_c = \text{min}\{0,4 * [1 - \frac{\sigma_c}{k_1 * (\frac{h}{h^*}) * f_{ct,eff}}] ; 1\}$	$k_c = \text{max}\{0,5; \frac{0,9 * F_{cr}}{A_{ct} * f_{ct,eff}}\}$

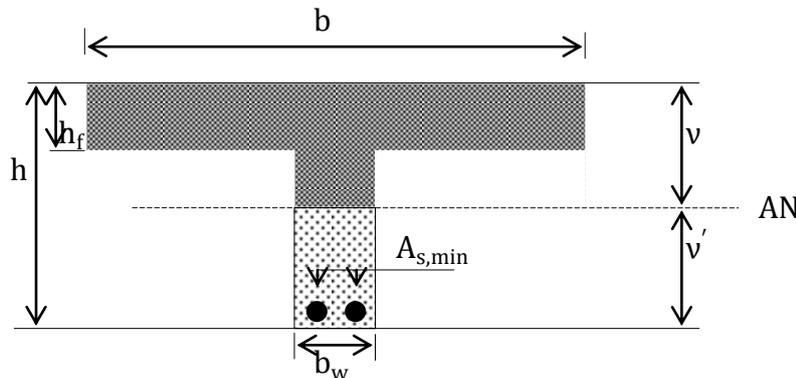
avec

- σ_c : contrainte moyenne de compression dans le béton
 $\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{b * h}$, où N_{Ed} est l'effort normal aux ELS (positif pour la compression)
- k_1 : coefficient qui tient compte de l'effort normal aux ELS
 $k_1 = 1,5$ si N_{Ed} est un effort de compression
 $k_1 = \frac{2}{3} * \frac{h^*}{h}$ si N_{Ed} est un effort de traction $h^* = \text{Min}\{h, 1m\}$

F_{cr} : valeur absolue de l'effort de traction dans la membrure juste avant la fissuration

Section en T avec une âme tendue, en flexion simple

La membrure est comprimée et la section minimale d'armatures est à placer dans l'âme de la section en T.



Avant l'apparition des premières fissures, le béton tendu participe à la raideur de la section et les armatures ne sont pas prises en compte. La position du centre de surface de la section est définie par v et v' . Il est possible de calculer v' par une équation aux moments statiques de la section en T par rapport à la base de l'âme :

$$v' = \frac{1}{2} * \frac{b * h^2 - (b - b_w) * (h - h_f)^2}{b * h - (b - b_w) * (h - h_f)}$$

Posons $\alpha = \frac{b_w}{b}$ et $\beta = \frac{h_f}{h}$. Il vient $\frac{v'}{h} = \frac{1}{2} * \frac{1 - (1 - \alpha) * (1 - \beta)^2}{1 - (1 - \alpha) * (1 - \beta)}$

Deux cas peuvent se produire :

✓ L'axe neutre est dans l'âme : Cette situation se produit si $v > h_f$.

Donc si $\frac{v}{h} > \frac{h_f}{h}$, ou si $1 - \frac{v'}{h} > \beta$; alors $\frac{A_{ct}}{b * h} = \frac{v'}{h} * \frac{b_w}{b} = \frac{v'}{h} * \alpha$.

✓ L'axe neutre est dans la membrure : Cette situation se produit si $v < h_f$.

Donc si $\frac{v}{h} < \frac{h_f}{h}$, ou si $1 - \frac{v'}{h} < \beta$; alors $\frac{A_{ct}}{b * h} = \frac{v'}{h} - (1 - \alpha) * (1 - \beta)$

Application

Données

On a une section en T de largeur de membrure $b = 1,32\text{m}$, de largeur d'âme $b_w = 0,2\text{m}$; de hauteur $h = 0,4\text{m}$ et d'épaisseur de dalle $h_f = 0,12\text{m}$.

Matériaux : Connus

Calcul de la section minimale d'armatures $A_{s,min}$

Soit $\alpha = \frac{b_w}{b} = \frac{0,2}{1,32} = \frac{5}{33}$ et $\beta = \frac{h_f}{h} = \frac{0,12}{0,4} = \frac{3}{10}$. On a $\frac{v'}{h} = \frac{1}{2} * \frac{1-(1-\alpha)*(1-\beta)^2}{1-(1-\alpha)*(1-\beta)}$; $\frac{v'}{h} = \frac{94}{335}$.

$\frac{A_{ct}}{b*h} = \frac{v'}{h} * \frac{b_w}{b} = \frac{94}{335} * \frac{5}{33} = 0,0425$.

Les coefficients $k_c = 0,4$ (flexion simple) et $k = \text{Min}\{1; \text{Max}(0,65; 1,21 - 0,7 * h)\} = 0,93$.

Ainsi, la section minimale d'armatures longitudinales

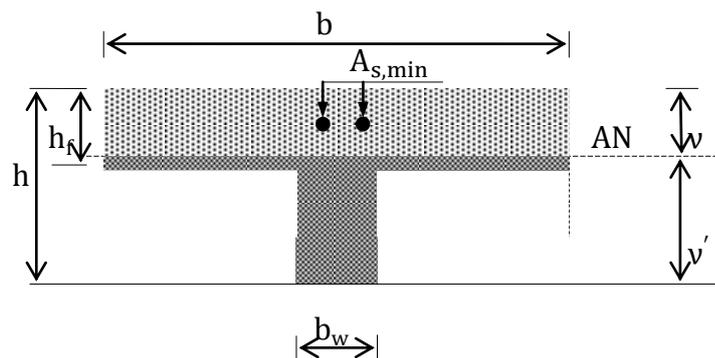
$A_{s,min} = \frac{k_c * k * f_{ct,eff} * A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0,4 * 0,93 * 2,6 * 0,0425 * 1,32 * 0,4}{500} = 4,34 * 10^{-5} \text{ m}^2$
 $= 43,4 \text{ mm}^2$ (à comparer avec $A = 515 \text{ mm}^2$ choisies pour la section)

Section en T avec une membrure tendue, en flexion simple

La valeur $\frac{v}{h}$ est déduite de la figure ci-dessus par la relation $\frac{v}{h} = 1 - \frac{v'}{h}$.

Deux cas peuvent se produire:

- ✓ L'axe neutre est dans la membrure: $\frac{v}{h} = \frac{A_{ct}}{b*h}$.
- ✓ L'axe neutre est dans l'âme: $\frac{A_{ct}}{b*h} = 1 - (1-\alpha) * (1-\beta) - \alpha * (1 - \frac{v}{h})$.



On évalue k_c en fonction des paramètres suivants : $A_{ct} * f_{ct,eff} = f_{ctm}$ et F_{cr} .

Deux cas sont à différencier :

- ✓ L'axe neutre est dans la membrure: $F_{cr} = \frac{1}{2} * A_{ct} * f_{ctm}$.

Partant, $k_c = 0,9 * \frac{1}{2} = 0,45$, qu'on ramène à $k_c = 0,5$

- ✓ L'axe neutre est dans l'âme: $F_{cr} = \frac{1}{2} * A_{ct,âme tendue} * v' * f_{ctm} * v$

Partant, $k_c = \text{Min}\{0,5; \frac{0,45 * A_{ct,âme tendue} * v'}{A_{ct,membrure tendue} * v}\}$; (car $\frac{v'}{v} = \frac{v'}{h}$)

Application

Données

On a une section en T de largeur de membrure $b = 1,32 \text{ m}$, de largeur d'âme $b_w = 0,2 \text{ m}$; de hauteur $h = 0,4 \text{ m}$ et d'épaisseur de dalle $h_f = 0,12 \text{ m}$.

Matériaux Connus

Calcul de la section minimale d'armatures $A_{s,min}$

$$\text{Soit } \alpha = \frac{b_w}{b} = \frac{0,2}{1,32} = \frac{5}{33} \quad \text{et} \quad \frac{h_f}{h} = \frac{0,12}{0,4} = \frac{3}{10}, \quad \text{On a} \quad \frac{v}{h} = 1 - \frac{v'}{h} = 1 - \frac{1}{2} * \frac{1 - (1-\alpha) * (1-\beta)^2}{1 - (1-\alpha) * (1-\beta)};$$

$$\frac{v}{h} = 1 - \frac{v'}{h} = 1 - \frac{1}{2} * \frac{1 - (1-\alpha) * (1-\beta)^2}{1 - (1-\alpha) * (1-\beta)} = 1 - \frac{94}{335} = \frac{236}{335}$$

$$\frac{A_{ct}}{b * h} = \frac{v}{h} = \frac{3877}{14180} = 0,2734$$

Le coefficient $k_c = 0,5$ (flexion simple).

$$\text{Le coefficient } k = \text{Min}\{1; \text{Max}(0,65; 1,21 - 0,7 * b)\} = \text{Min}\{1; \text{Max}(0,65; 1,21 - 0,7 * 1,32)\}$$

$$= \text{Min}\{1; \text{Max}(0,65; 0,286)\} = \text{Min}\{1; 0,65\}$$

$$= 0,65.$$

Ainsi, la section minimale d'armatures longitudinales est égale à

$$A_{s,min} = \frac{k_c * k * f_{ct,eff} * A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0,5 * 0,65 * 2,6 * 0,2734 * 1,32 * 0,4}{500} = 6,28 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$= 628 \text{ mm}^2 \quad (\text{à comparer avec } A = 339 \text{ mm}^2 + 314 * 1,32 \text{ mm}^2 \text{ choisies pour la section}).$$

Les sections d'armatures calculées sont inférieures aux sections choisies.

3.4. Calcul de l'ouverture des fissures

L'EC2 définit l'ouverture de fissures de calcul à partir de l'espacement maximal des fissures $s_{r,max}$ (résultats de retour d'expérience) afin de se placer en sécurité. Cette ouverture calculée a un caractère conventionnel (sans comparaison possible avec des ouvertures mesurables sur ouvrages).

La valeur limite recommandée pour l'ouverture des fissures w_k a pour expression :

$$w_k = s_{r,max} * (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad \text{avec}$$

$s_{r,max}$: espacement maximal des fissures (m)
 ϵ_{sm} : déformation moyenne des armatures
 ϵ_{cm} : déformation moyenne du béton entre les fissures

Calcul des déformations

La différence entre la déformation moyenne des armatures et la déformation moyenne du béton entre les fissures est égale à :

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s * \frac{k_t * f_{ct,eff} * (1 + \alpha_e * \rho_{p,eff})}{\rho_{p,eff}}}{E_s} \leq 0,6 * \frac{\sigma_s}{E_s} \quad \text{avec}$$

σ_s : contrainte dans les aciers sous combinaison quasi-permanente (G+0,3Q)
 en supposant la section fissurée
 k_t : facteur dépendant de la durée de charge ;

$k_t = 0,4$ pour un chargement de longue durée ;
 $k_t = 0,6$ pour un chargement de courte durée.

$f_{ct,eff}$ valeur moyenne de la résistance en traction du béton au moment où les premières fissures sont supposées apparaître

α_e rapport des modules de déformation longitudinale $\frac{E_s}{E_{cm}}$

$\rho_{p,eff}$ rapport entre la section d'armatures tendues et l'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues $A_{c,eff}$.

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad \text{avec}$$

$$A_{c,eff} = b * h_{c,eff} \quad \text{avec}$$

$$h_{c,eff} = \min\left\{2,5*(h-d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2}\right\}, \text{ avec}$$

h : hauteur totale de la poutre (m)

d : hauteur utile de la poutre (m)

x : hauteur de la section de béton comprimée, calculée en section homogène et réduite par l'équation aux moments statiques

Calcul de l'espacement maximal des fissures

On considère deux cas :

Cas 1 : l'espacement entre les armatures tendues a un entraxe inférieur à $5*(c+\frac{\phi}{2})$, cas des poutres en général.

Cas 2 : l'espacement entre les armatures tendues a un entraxe supérieur à $5*(c+\frac{\phi}{2})$, cas des dalles en général.

$$\text{Cas 1} \quad s_{r,max} = k_3 * c + \frac{k_1 * k_2 * k_4 * \phi_{eq}}{\rho_{p,eff}} \quad \text{avec}$$

c enrobage au nu des armatures longitudinales (mm)

k_1 coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures

$k_1 = 0,8$ pour les barres HA

$k_1 = 1,6$ pour les ronds lisses (ou armatures de précontrainte)

k_2 coefficient qui tient compte de la distribution des déformations

$k_2 = 0,5$ en flexion ;

$k_2 = 1,0$ en traction pure ;

$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 * \varepsilon_1}$ en traction excentrée, où ε_1 est le plus grand et ε_2 est le plus petit

allongement relatif en fibre extrême, la section étant supposée fissurée ;

k_3 coefficient qui tient compte de la distance d'enrobage

$k_3 = 3,4 * (\frac{25}{c})^{\frac{2}{3}}$ lorsque $c > 25$ mm

$k_3 = 3,4$ lorsque $c \leq 25$ mm

$k_4 = 0,425$

ϕ_{eq} diamètre équivalent des barres

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}, \quad \text{pour une section comportant } n_1 \text{ barres de diamètre } \phi_1 \text{ et } n_2 \text{ barres de diamètre } \phi_2$$

Cas 2 $s_{r,max} = 1,3 * (h-x)$

Cette expression ne peut être appliquée que si elle donne une valeur $s_{r,max}$ supérieure à celle du cas 1. Dans le cas contraire, l'expression du cas 1 reste applicable, même si l'entraxe est supérieur à $5 * (c + \frac{\phi}{2})$.

Application

Données

- ✓ Section : $b=0,2m$; $h=0,4m$; $d=0,9*h=0,9*0,4=0,36m$
- ✓ Portée : $l_{eff}=4m$

Durabilité & Sécurité :

Poutre à l'abri de la pluie, sans condensation, de classe d'exposition XC0.
Enrobage nominal $c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 10 + 10 = 20mm$

Matériaux : Connus

Situation de projet : Durable

Chargement : $g=11\,250N/m$ $q=2\,955N/m$
:Catégorie A (Résidence, habitation) : $\psi_0=0,7$; $\psi_1=0,5$; $\psi_2=0,3$.

Calcul des sollicitations

- ✓ Combinaison fondamentale ELU :

$$M_{ELU} = (1,35 * g + 1,5 * q) * \frac{l_{eff}^2}{8} \\ = (1,35 * 11\,250 + 1,5 * 2\,955) * \frac{4^2}{8} = 39\,240N.m$$

Section d'armatures longitudinales choisie : 2HA16 et 1HA12 ($A_s=515mm^2$).

- ✓ Combinaison caractéristique ELS :

$$M_{ELS,car} = (g+q) * \frac{l_{eff}^2}{8} = (11\,250 + 2\,955) * \frac{4^2}{8} = 28\,410N.m$$

- ✓ Combinaison quasi permanente ELS :

$$M_{ELS,qp} = (g + \psi_2 * q) * \frac{l_{eff}^2}{8} = (11\,250 + 0,3 * 2\,955) * \frac{4^2}{8} = 24\,273N.m$$

Calcul des coefficients de fluage $\varphi(\infty, t_0)$ et d'équivalence α :

On suppose que la poutre est en contact avec l'atmosphère sur l'ensemble de son contour. Le rayon moyen de la poutre $h_0 = \frac{2 * A_c}{u} = \frac{2 * 0,2 * 0,4}{2 * (0,2 + 0,4)} = 0,1333m$.

Le coefficient de fluage du béton

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) = \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,08 * \sqrt[3]{h_0}}\right) * \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} * \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} = \left(1 + \frac{1 - \frac{50}{100}}{0,08 * \sqrt[3]{133}}\right) * \frac{16,8}{\sqrt{33}} * \frac{1}{0,1 + 28^{0,2}}$$

$$= 2,7476$$

Le module d'élasticité effectif du béton $E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{31\,000}{1 + 2,7476} = 8\,272 \text{ MPa}$

Le coefficient d'équivalence $\alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200\,000}{8\,272} = 24,178$.

Calcul des contraintes en section fissurée, sous combinaison caractéristique

Calcul de la hauteur utile réelle : $d = 0,4 - 0,020 - 0,008 - 0,02/2 = 0,362 \text{ m}$

Calcul de la position de l'axe neutre x : elle est déduite par l'équation suivante en x.

$$\frac{1}{2} * b * x^2 - \alpha * A_s * (d - x) = 0 \quad \text{soit}$$

$$\frac{1}{2} * 200 * x^2 - 24,178 * 339 * (364 - x) = 0$$

On obtient $x = 159 \text{ mm}$.

Le moment quadratique de la section homogène et réduite a pour expression :

$$I_{ser} = \frac{1}{3} * b * x^3 + \alpha * A_s * (d - x)^2$$

$$= \frac{1}{3} * 200 * 159^3 + 24,178 * 515 * (362 - 159)^2$$

$$= 781\,099\,469 \text{ mm}^4$$

On calcule les valeurs des contraintes maximales dans le béton et dans l'acier en utilisant les expressions suivantes:

✓ Dans le béton : $\sigma_c = \frac{M_{ELS,car}}{I_{ser}} * x$; $\frac{M_{ELS,car}}{I_{ser}} = \frac{28\,410\,000}{781\,099\,469} = 5,79 \text{ MPa}$

✓ Dans l'acier : $\sigma_s = \frac{\alpha * M_{ELS,car}}{I_{ser}} * (d - x)$; $\frac{\alpha * M_{ELS,car}}{I_{ser}} = \frac{24,178 * 28\,410\,000}{781\,099\,469} = 178,52 \text{ MPa}$

La contrainte maximale dans le béton comprimé ($\sigma_{bc} = 5,79 \text{ MPa}$) ne dépasse pas la contrainte limite $\sigma_{bc} = 0,6 * f_{ck} = 15 \text{ MPa}$.

La contrainte maximale dans l'acier tendu ($\sigma_s = 178,52 \text{ MPa}$) ne dépasse pas la contrainte limite $\sigma_s = 0,8 * f_{yk} = 400 \text{ MPa}$.

Les contraintes sous combinaison caractéristique sont vérifiées.

Calcul de l'ouverture des fissures

On suppose la section fissurée.

La contrainte dans l'acier tendu sous combinaison quasi permanente est égale à :

$$\frac{\alpha * M_{ELS,qp}}{I_{ser}} = \frac{24,178 * 24\,273\,000}{781\,099\,469} = 152,53 \text{ MPa}$$

$$A_{c,eff} = b * h_{c,eff} = b * \text{Min}\left\{2,5 * (h - d); \frac{h - x}{3}; \frac{h}{2}\right\} = 200 * \text{Min}\left\{2,5 * (400 - 362); \frac{400 - 159}{3}; \frac{400}{2}\right\}$$

$$= 200 * \text{Min}\{95; 80,333; 200\}$$

$$= 16\,067 \text{ mm}^2$$

D'où le ratio géométrique d'armatures $\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{515}{16067} = 0,032$.

Le rapport des modules de déformation longitudinale est égal à $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200\ 000}{31\ 000} = 6,4516$.

$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,6\text{MPa}$

$k_t = 0,4$

$$\text{Ainsi, } \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - \frac{k_t * f_{ct,eff} * (1 + \alpha_e * \rho_{p,eff})}{\rho_{p,eff}}}{E_s} = \frac{152,53 - \frac{0,4 * 2,6 * (1 + 6,4516 * 0,032)}{0,032}}{200\ 000} = 5,666 * 10^{-4}$$

$$0,6 * \frac{\sigma_s}{E_s} = 0,6 * \frac{152,53}{200\ 000} = 4,576 * 10^{-4}$$

On voit bien que $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} > 0,6 * \frac{\sigma_s}{E_s}$.

L'entraxe des armatures longitudinales est égal à $0,15 - 0,02 - 0,008 - \frac{0,02}{2} - \frac{0,02}{2} = 0,102\text{m}$.

A comparer avec $5 * (c + 0,5 * \phi) = 5 * (0,026 + 0,5 * 0,02) = 0,18\text{m}$ (avec $c = 0,02 + 0,006 = 0,026\text{m}$).

L'espacement entre les armatures tendues est faible.

Donc $k_3 = 3,4 * (\frac{25}{c})^{\frac{2}{3}} = 3,4 * (\frac{25}{0,026})^{\frac{2}{3}} = 3,31225$.

$$S_{r,max} = k_3 * c + \frac{k_1 * k_2 * k_4 * \phi_{eq}}{\rho_{p,eff}}$$

$$= 3,31225 * 0,026 + \frac{0,8 * 0,5 * 0,425 * 0,02}{0,032}$$

$$= 0,08612 + 0,10625$$

$$= 0,1924.$$

L'ouverture calculée des fissures

$$w_k = S_{r,max} * (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,1924 * 5,666 * 10^{-4} \text{m} = 1,1 * 10^{-4} \text{m}$$

$$= 0,1\text{mm} \quad (< 0,4\text{mm})$$

La valeur d'ouverture des fissures calculée est inférieure à la valeur d'ouverture des fissures recommandée. La fissuration est maîtrisée.

4. Limitation des flèches

Les flèches doivent être limitées en vue de garantir

- ✓ le bon fonctionnement des éléments de la structure tels que façades en verre, équipements techniques, machines qui tolèrent peu les déformations, flaques d'eau en toiture terrasse si les déformations sont importantes, etc.
- ✓ le bon aspect de la structure : finitions autour des cloisons, bardages, vitres, etc.

En combinaison quasi permanente aux ELS, l'article 7.4 de la norme NF EN 1992-1-1 limite les flèches aux valeurs suivantes :

Flèches admissibles aux ELS sous combinaison quasi permanente

Critère	Flèche admissible
Aspect et fonctionnalité générale de la structure	L/250
Endommagement des éléments (cloisons, vitrages, réseaux, etc.)	L/500

4.1. Dispense de la vérification de la flèche

En vertu de l'article 7.4.2 de la norme NF EN 1992-1-1, il est possible de vérifier l'état limite de déformation sans calculer précisément la flèche d'une poutre si le rapport $\frac{l}{d}$ est inférieur aux valeurs suivantes:

$$\rho \leq \rho_0 \quad \frac{l}{d} = K * [11 + 1,5 * \frac{\rho_0}{\rho} * f_{ck}^2 + 3,2 * f_{ck}^2 * (\frac{\rho_0}{\rho} - 1)^2]$$

$$\rho > \rho_0 \quad \frac{l}{d} = K * [11 + 1,5 * f_{ck}^2 * \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} * f_{ck}^2 * (\frac{\rho'}{\rho_0})^2] \quad \text{avec}$$

l : portée entre axes (m)

d : hauteur utile (m)

ρ_0 : pourcentage d'armatures de référence ; $\rho_0 = 10^{-3} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$

ρ : pourcentage d'armatures de traction nécessaires à mi-portée ou sur appui dans le cas de consoles ; $\rho = \frac{A}{bd}$

ρ' : pourcentage d'armatures de compression nécessaires à mi-portée ou sur appui dans le cas de consoles ; $\rho' = \frac{A'}{bh}$

K : coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux :

Système structural	K
Poutre sur appuis simples	1,0
Travée de rive d'une poutre continue	1,3
Travée intermédiaire d'une poutre	1,5
Dalle sans nervure sur poteaux (plancher - dalle) pour la portée la plus longue	1,2
Poutre en console	0,4
Dalle en console	0,4

4.2. Vérification des flèches par le calcul

La méthode la plus rigoureuse proposée par l'article 7.4.3 de la norme NF EN 1992-1-1 consiste à calculer la courbure dans un grand nombre de sections le long de l'élément, puis à calculer la flèche par intégration numérique.

Une méthode simplifiée consiste à calculer les flèches dans l'état non fissuré et dans l'état fissuré, et d'en déduire la flèche intermédiaire par la relation suivante :

$$f = \xi * f_{II} + (1 - \xi) * f_I \quad \text{avec}$$

f_I : flèche calculée dans l'état non fissuré (m)

f_{II} : flèche calculée dans l'état entièrement fissuré (m)

ξ : coefficient de distribution

$$\xi = 1 - \beta * \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \quad \text{avec}$$

β : coefficient qui prend en compte la durée du chargement ;

- $\beta=1$ pour un chargement unique de courte durée
- $\beta=0,5$ pour un chargement prolongé ou un grand nombre de cycles de chargement (cas courant)
- σ_s : contrainte dans les armatures tendues, calculée en supposant la section fissurée (MPa)
- σ_{sr} : contrainte dans les armatures tendues, calculée en supposant la section fissurée sous les conditions de chargement provoquant la première fissure (MPa)

Le rapport $\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$ peut être remplacé par

- ✓ $\frac{M_{cr}}{M}$ dans le cas de flexion ; M_{cr} étant le moment de fissuration
- ✓ $\frac{N_{cr}}{N}$ dans le cas de la traction pure ; N_{cr} étant l'effort de fissuration

Les flèches f_I et f_{II} sont calculées avec les formules de la résistance des matériaux, où le module de déformation longitudinal $E_{c,eff}$ est calculé à l'aide du coefficient de fluage $\varphi(\infty, t_0)$ par

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

Application

Données

- ✓ Section : $b=0,2m$; $h=0,4m$; $d=0,9 \cdot h=0,9 \cdot 0,4=0,36m$
- ✓ Portée : $l_{eff}=4m$

Durabilité & Sécurité

Poutre à l'abri de la pluie, sans condensation, de classe d'exposition XC1.
Enrobage nominal $c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 10 + 10 = 20mm$

Matériaux Connus

Situation de projet : Durable

Chargement : $g=11\,250N/m$ $q=2\,955N/m$
catégorie A (résidence, habitation) : $\psi_0=0,7$; $\psi_1=0,5$; $\psi_2=0,3$.

Calcul des sollicitations

- ✓ Combinaison fondamentale ELU : $M_{ELU}=39\,240N.m$
- ✓ Combinaison caractéristique ELS : $M_{ELS,car}=28\,410N.m$
- ✓ Combinaison quasi permanente ELS : $M_{ELS,qp}=24\,273N.m$

Le ferrailage longitudinal est constitué de 2HA16 et 1HA12, ce qui correspond à une section réelle de $515mm^2$. La hauteur utile $d=0,362m$. Les armatures transversales sont en HA6.

Nécessité de calculer la flèche

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{515 \cdot 100}{200 \cdot 362} = 0,71\%$$

$$\rho_0 = 10^{-3} * (f_{ck})^{\frac{1}{2}} = 10^{-3} * (25)^{\frac{1}{2}} = 0,5\%$$

Ainsi, $\rho > \rho_0$.

Donc, si le rapport $\frac{l}{d}$ est inférieur à $K * [11 + 1,5 * f_{ck}^{\frac{1}{2}} * \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} * f_{ck}^{\frac{1}{2}} * (\frac{\rho'}{\rho_0})^{\frac{1}{2}}]$, il est possible de se dispenser du calcul exact de la flèche.

Or,

$$\checkmark \frac{l}{d} = \frac{4}{0,362} = 11,05$$

$$\checkmark K * [11 + 1,5 * f_{ck}^{\frac{1}{2}} * \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} * f_{ck}^{\frac{1}{2}} * (\frac{\rho'}{\rho_0})^{\frac{1}{2}}] = 1,5 * (11 + 1,5 * \frac{0,5}{0,71} * \sqrt{25} + 0) = 24,42.$$

$$\text{Ainsi, } \frac{l}{d} < K * [11 + 1,5 * f_{ck}^{\frac{1}{2}} * \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} * f_{ck}^{\frac{1}{2}} * (\frac{\rho'}{\rho_0})^{\frac{1}{2}}].$$

Il n'est pas nécessaire de calculer précisément la flèche.

Poteaux

Les poteaux sont des éléments verticaux pour lesquels la plus grande dimension transversale h est inférieure ou égale à 4 fois la plus petite dimension b . Dans le cas contraire, l'article 9.5.1(1) de la norme NF EN 1992-1-1 précise qu'il s'agit de voiles.

La plupart des poteaux rencontrés dans les constructions courantes ne sont pas suffisamment massifs et doivent être vérifiés au flambement. Ce phénomène d'instabilité géométrique a pour conséquence immédiate la rupture de l'élément.

Les poteaux sont analysés dans la norme NF EN 1992-1-1 en tenant compte des effets du second ordre. On appelle effets du second ordre les effets additionnels des actions provoqués par les déformations des structures (NF EN 1992-1-1, art.5.8.1).

1. Charge critique d'Euler

La mise en équation d'Euler permet de calculer l'effort normal critique d'une poutre bi-rotulée en fonction des caractéristiques géométriques de la section et de la hauteur. La poutre est rectiligne, sans défauts ; l'effort normal de compression est centrée et le matériau est élastique.

L'effort normal de compression N et les caractéristiques géométriques de la section et de la hauteur satisfont l'égalité

$$N = \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_{Gz}}{l^2}, \text{ avec}$$

n	nombre entier
$E \cdot I_{Gz}$	rigidité en flexion ($N \cdot mm^2$)
l	longueur de la poutre (mm)

La charge critique d'Euler N_{cr} correspond au premier mode de flambement obtenu lorsque $n=1$:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{Gz}}{l^2}$$

Ainsi,

- ✓ si $N < N_{cr}$, la poutre reste rectiligne et peut être calculée en compression simple ;
- ✓ si $N = N_{cr}$, la poutre fléchit et se stabilise en position d'équilibre statique ;
- ✓ si $N > N_{cr}$, la poutre fléchit sans se stabiliser et rompt.

2. Paramètres géométriques

Les paramètres géométriques qui régissent le phénomène de flambement sont

- ✓ l'élanement ;
- ✓ le rayon de giration ;
- ✓ la longueur de flambement.

Elancement et rayon de giration

L'élancement λ est un paramètre adimensionnel égal au rapport de la longueur efficace sur le rayon de giration.

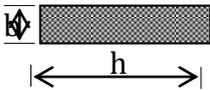
$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad \text{avec}$$

l_0 longueur efficace de flambement (mm)

i rayon de giration de l'élément (mm) : $i = \left(\frac{I}{A}\right)^{\frac{1}{2}}$ avec

I moment quadratique de l'élément (m⁴)

A section de l'élément (m²)

Sections	Moment quadratique	Section A	Rayon de giration i
	$I = \frac{h \cdot b^3}{12}$	$A = b \cdot h$	$i = \frac{b}{2 \cdot \sqrt{3}}$
	$I = \frac{\pi d^4}{64}$	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$i = \frac{d}{4}$
Le moment quadratique est calculé autour de l'axe de flambement (axe faible)			

Longueur efficace de flambement

La longueur efficace de flambement l_0 est la longueur d'une poutre fictive bi-articulée qui aurait la même charge critique que la poutre réelle. D'un point de vue mathématique, c'est la distance qui sépare deux points d'inflexion de la déformée de la poutre. Elle permet de tenir compte des conditions de liaison en pied et en tête de poteau.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la charge critique en fonction des conditions de liaison, sur 4 poutres strictement identiques : même longueur libre, même module d'élasticité et même section.

Longueur efficace de flambement

	Poutre bi-rotulée	Poutre bi-encastree	Poutre encastree-articulée	Poutre encastree libre
l_0	$l_0 = l$	$l_0 = 0,5l$	$l_0 = 0,7l$	$l_0 = 2l$
$\frac{N_{cr}}{N_{cr, \text{poutre bi-rotulée}}} (1)$	1	4	2	0,25

$$(1) \frac{N_{cr}}{N_{cr, \text{poutre bi-rotulée}}} = \frac{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{GZ}}{l_0^2}}{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{GZ}}{l^2}} = \left(\frac{l}{l_0}\right)^2$$

Calcul de la longueur efficace de flambement

Dans une construction, les poteaux ne sont jamais isolés : ils appartiennent à une structure complexe, contreventée ou non :

- ✓ lorsque la structure est contreventée et que le nœud supérieur du poteau ne peut pas se déplacer par rapport au nœud inférieur, la longueur efficace de flambement l_0 est donnée par la formule suivante:

$$l_0 = 0,5 * l * \left\{ \left(1 + \frac{k_1}{k_1 + 0,45} \right) * \left(1 + \frac{k_2}{k_2 + 0,45} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- ✓ lorsque la structure n'est pas contreventée et que le nœud supérieur du poteau peut se déplacer par rapport au nœud inférieur, la longueur efficace de flambement l_0 est donnée par la formule suivante:

$$l_0 = l * \max \left\{ \left(1 + \frac{k_1}{k_1 + 0,45} \right) * \left(1 + \frac{k_2}{k_2 + 0,45} \right); \left(1 + \frac{10 * k_1 * k_2}{k_1 + k_2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

k_1 et k_2 représentent les souplesses des liaisons respectivement en pied et en tête du poteau.

La souplesse de la liaison est définie comme le rapport de la souplesse de la poutre sur la souplesse du poteau, ou le rapport de la raideur du poteau sur la raideur de la poutre :

$$k = \frac{\left(\frac{E * I}{l} \right)_{\text{poteau}}}{\left(\frac{M}{\theta} \right)_{\text{poutre}}} \quad \text{avec}$$

- θ rotation de la poutre s'opposant à la rotation du moment fléchissant (rad)
- $E * I$ rigidité en flexion du poteau ($\text{N} \cdot \text{mm}^2$)
- l hauteur libre du poteau (m)

		Structure contreventée		Structure non contreventée	
		k_2		k_2	
		0	∞	0	∞
k_1	0	$l_0 = 0,5 * l$	$l_0 = 0,7 * l$	$l_0 = 1 * l$	$l_0 = 2 * l$
	∞	$l_0 = 0,7 * l$	$l_0 = 1,0 * l$	$l_0 = 2 * l$	0
Notes	k=0 est la limite théorique correspondant à l'encastrement parfait				
	k= ∞ est la limite théorique correspondant à une rotule parfaite				
	k=0,1 est prise comme valeur minimale, l'encastrement parfait n'existant pas				

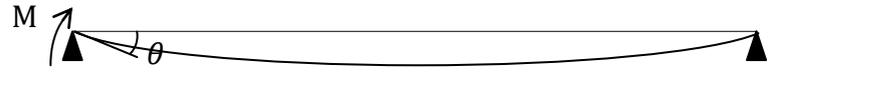
Calcul des raideurs

Raideur du poteau

Si le poteau situé au-dessus du poteau étudié est susceptible de contribuer à la rotation au flambement, alors il faut remplacer $\left(\frac{EI}{l} \right)_{\text{poteau}}$ dans la définition de k_2 par $\left(\frac{EI}{l} \right)_{\text{poteau étudié}} + \left(\frac{EI}{l} \right)_{\text{poteau supérieur}}$. Il en est de même pour le poteau situé sous le poteau étudié avec k_1 .

Raideur de la poutre

Pour le calcul de la raideur $\left(\frac{M}{\theta} \right)_{\text{poutre}}$ de la poutre en liaison avec le poteau, on recourt au tableau ci-après :

Calcul de la raideur $\left(\frac{M}{\theta}\right)_{\text{poutre}}$ de la poutre	
	$\left(\frac{M}{\theta}\right) = \frac{3EI}{l}$
	$\left(\frac{M}{\theta}\right) = \frac{4EI}{l}$
Si les poutres sont traversantes, la raideur est doublée.	

Raideur de l'appui central d'une poutre continue à deux travées

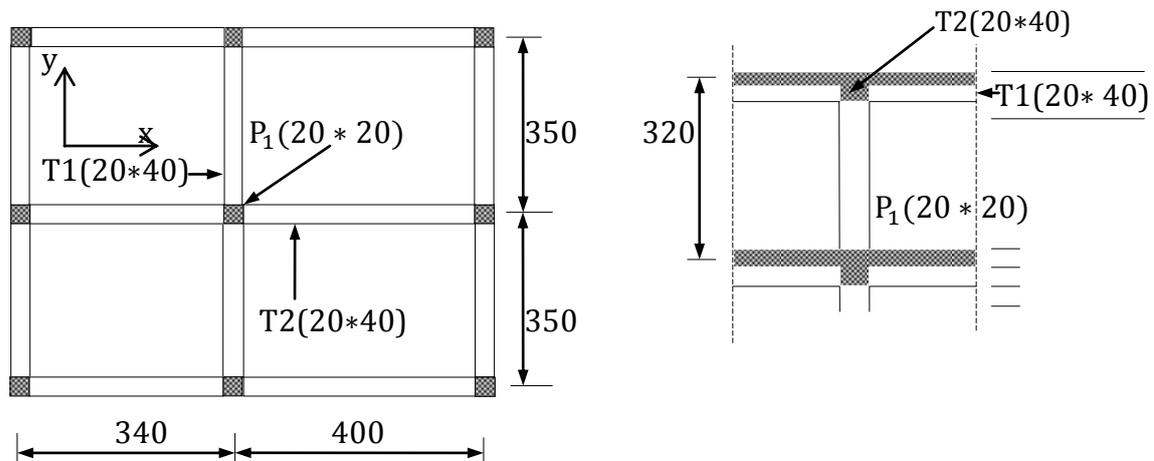
Elle est égale à la somme des raideurs des deux poutres adjacentes :

$$\left(\frac{M}{\theta}\right) = \left(\frac{3EI}{l}\right)_{\text{travée 1}} + \left(\frac{3EI}{l}\right)_{\text{travée 2}}$$

Application :

Plan de coffrage:

On considère une structure poteaux-poutres sur un maillage indiqué sur la figure ci-dessous, contreventée par ailleurs; la hauteur entre plans moyens de dalles est de 320cm ; la section horizontale du poteau est 200*200mm.



Calcul des souplesses des liaisons et de l'élancement :

✓ Pour l'axe de flambement x :

$$k_1 = k_2 = \frac{\left(\frac{E \cdot I}{l}\right)_{\text{poteau}} + \left(\frac{E \cdot I}{l}\right)_{\text{poteau supérieur}}}{\left(\frac{M}{\theta}\right)_{\text{poutre}}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{I}{l}\right)_{\text{poteau}}}{(6 \cdot \frac{I}{l})_{\text{poutre}}} = \frac{2 \cdot \frac{0,2 \cdot 0,2^3}{12 \cdot 3,2}}{6 \cdot \frac{0,2 \cdot 0,4^3}{12 \cdot \frac{(3,4+4,0)}{2}}} = \frac{1}{37000} = 0,0482.$$

$$l_0 = 0,5 \cdot l \cdot \left[\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \right]^{\frac{1}{2}} = 0,5 \cdot 3200 \cdot \left(1 + \frac{0,0482}{0,45 + 0,0482}\right) = 1755 \text{ mm}$$

$$\text{D'où } \lambda_x = \frac{l_0}{i} = \frac{1755 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{200} = 30,394 = 30.$$

✓ Pour l'axe de flambement y :

$$k_1 = k_2 = \frac{\left(\frac{E \cdot I}{l}\right)_{\text{poteau}} + \left(\frac{E \cdot I}{l}\right)_{\text{poteau supérieur}}}{\left(\frac{M}{\theta}\right)_{\text{poutre}}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{I}{l}\right)_{\text{poteau}}}{\left(\frac{6 \cdot I}{l}\right)_{\text{poutre}}} = \frac{2 \cdot \frac{0,2 \cdot 0,2^3}{12 \cdot 3,2}}{6 \cdot \frac{0,2 \cdot 0,4^3}{12 \cdot \frac{(3,5+3,5)}{2}}} = 0,0456.$$

Or, pour un encastrement total, l'article 5.8.3.2(3) de la norme NF EN 1992-1-1 retient une valeur minimale de $k_1 = k_2 = 0,1$.

$$l_0 = 0,5 \cdot l \cdot \left[\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} = 0,5 \cdot 3 \cdot 200 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{0,45 + 0,1}\right) = 1 \, 891 \text{ mm}$$

$$\text{D'où } \lambda_y = \frac{l_0}{i} = \frac{1 \, 891 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{200} = 32,75.$$

Les calculs seront menés avec un élancement $\lambda_x = \lambda = 30$ (flambement autour de l'axe x).

Effets du second ordre

Dispense des effets du second ordre

L'article 5.8.3.1(1) de la norme NF EN 1992-1-1 précise que les calculs peuvent être menés sans tenir compte des effets du second ordre

- ✓ s'ils représentent moins de 10% des effets du premier ordre correspondants, ou
- ✓ si l'élancement λ est inférieur à un élancement limite λ_{lim} , défini comme suit:

$$\lambda_{\text{lim}} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad \text{avec,}$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{\text{ef}}}, \quad \text{si } \varphi \text{ n'est pas connu, on peut prendre } A = 0,7$$

$$B = \sqrt{1 + 2 \cdot \omega}, \quad \omega \text{ est le ratio d'armatures : } \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}},$$

si ω n'est pas connu, on peut prendre $B = 1,1$

$$C = 1,7 - r_m \quad r_m \text{ est le rapport des moments d'extrémité du premier ordre}$$

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}}, \text{ avec } |M_{01}| < |M_{02}|$$

$$n = \frac{N_{\text{Ed}}}{A_c \cdot f_{cd}}, \quad \text{si } r_m \text{ n'est pas connu, on peut prendre } r_m = 1,0 \text{ et } C = 0,7.$$

n est l'effort normal relatif

Ainsi en remplaçant les valeurs de A, B et C par leurs valeurs par défaut, on obtient :

$$\lambda_{\text{lim}} = \frac{20 \cdot 0,7 \cdot 1,1 \cdot 0,7}{\sqrt{\frac{N_{\text{Ed}}}{A_c \cdot f_{cd}}}} = 10,78 \cdot \sqrt{\frac{A_c \cdot f_{cd}}{N_{\text{Ed}}}} \quad \text{avec}$$

- A_c aire de la section droite de béton (mm^2)
- f_{cd} résistance de calcul en compression du béton (MPa)
- N_{Ed} effort normal agissant aux ELU (N)

Application

On étudie le poteau intérieur 3C du rez-de-chaussée du bâtiment du projet.

Ce poteau reprend une surface d'influence égale à $S = \frac{(3,5+3,5) \cdot (4,0+5,4)}{4} = 16,45 \text{ m}^2$.

Charges permanentes:

$$\begin{aligned} \text{Sous l'étage 2 :} & \quad g_1 = 25 \cdot 0,2 = 5 \, 000 \text{ N/m}^2 \\ \text{Sous l'étage 1 :} & \quad g = 2 \cdot 25 \cdot 0,2 = 10 \, 000 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Charges d'exploitation (catégorie A : Habitation, résidence) :

$$\begin{aligned} \text{Sous l'étage 2 :} & \quad q_1 = 1 \, 500 \text{ N/m}^2 \\ \text{Sous l'étage 1 :} & \quad q = 2 \cdot 1 \, 500 \text{ N/m}^2 = 3 \, 000 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Combinaison caractéristique ELU :

$$N_{Ed} = (1,35 \cdot 10 \, 000 + 1,5 \cdot 3 \, 000) \cdot 16,45 = 296 \, 100 \text{ N}.$$

Le poids propre des poteaux et les retombées de poutres sont négligés en première approximation.

$$A_c = 200 \cdot 200 = 40 \, 000 \text{ mm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ MPa}$$

$$\text{Ainsi, } \lambda_{lim} = 10,78 \cdot \sqrt{\frac{A_c \cdot f_{cd}}{N_{Ed}}} = 10,78 \cdot \sqrt{\frac{40 \, 000 \cdot 25}{1,5 \cdot 296 \, 100}} = 16,18.$$

On a bien $\lambda > \lambda_{lim}$. Les effets du second ordre sont pris en compte.

Prise en compte des effets du second ordre

L'article 5.8.1 de la norme NF EN 1992-1-1 définit les expressions suivantes :

- ✓ effets du premier ordre: ce sont les effets des actions calculés sans considérer l'effet des déformations de la structure, mais en incluant les imperfections géométriques ;
- ✓ effets du second ordre : ce sont les effets des actions provoqués par les déformations de la structure ;
- ✓ moment fléchissant agissant du premier ordre $M_{0,Ed}$:
c'est le moment fléchissant dans la section de poteau considérée dû aux imperfections géométriques et à l'excentrement de l'effort normal agissant N_{Ed} en tête de poteau (art.5.8.4(2)).

Imperfections géométriques

Les imperfections géométriques relevées par l'article 5.2 de la norme NF EN 1992-1-1

- ✓ permettent de calculer les effets du premier ordre;
- ✓ ne concernent que les poteaux aux ELU;
- ✓ sont représentées par une inclinaison θ_i du poteau par rapport à la verticale :

$$\theta_i = \theta_0 * \alpha_h * \alpha_m \quad \text{avec}$$

θ_0 valeur de base de l'inclinaison ; $\theta_0 = 5 * 10^{-3}$ (rad)

α_h coefficient de réduction fonction de la hauteur du poteau

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}} \quad \text{avec} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$$

α_m coefficient de réduction fonction du nombre d'éléments verticaux contribuant à l'effet total :

$$\alpha_m = \left[0,5 * \left(1 + \frac{1}{m} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Les paramètres l et m diffèrent selon le type d'élément considéré, comme indiqué par le tableau ci-dessous :

Effets considérés	l	m
Sur un élément isolé	Longueur réelle de l'élément, (égale à la hauteur entre deux plans moyens des dalles)	1
Sur le système de contreventement	Hauteur de bâtiment	Nombre d'éléments verticaux transmettant la force horizontale appliquée au système de contreventement
Sur les planchers de contreventement transmettant les forces horizontales	Hauteur de bâtiment	Nombre d'éléments verticaux dans l'étage transmettant la force horizontale totale appliquée au plancher

L'excentricité est égale à $e_i = \max \left\{ \theta_i * \frac{l_0}{2}; 20 \text{ mm} \right\}$ avec

l_0 longueur efficace de flambement (mm)

20mm excentricité minimale fixée par l'annexe nationale française (NF EN 1992-1-1/NA, clause 5.2(1)).

Le moment fléchissant agissant du premier ordre $M_{0,Ed}$ est égal à :

$$M_{0,Ed} = N_{Ed} * e_1 = N_{Ed} * \left(e_i + \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \right)$$

3. Fluage

Les effets du fluage exposés à l'article 5.8.4 de la norme 1992-1-1 sont à prendre en compte dans l'analyse des effets du second ordre.

La durée du chargement intervient dans le calcul du coefficient de fluage effectif φ_{ef} par l'intermédiaire du rapport des moments ELS en combinaison quasi permanente sur les moments ELU en combinaison de calcul :

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty; t_0) * \frac{M_{0,Eqp}}{M_{0,Ed}}, \text{ avec}$$

$\varphi(\infty; t_0)$	valeur finale du coefficient de fluage
$M_{0,Eqp}$	moment fléchissant du premier ordre en combinaison quasi permanente aux ELS
$M_{0,Ed}$	moment fléchissant du premier ordre en combinaison de calcul aux ELU

Le rapport $\frac{M_{0,Eqp}}{M_{0,Ed}}$ peut être remplacé par $\frac{N_{0,Eqp}}{N_{0,Ed}}$ dans le cas de poteaux à compression centrée.

Il est possible de négliger les effets du fluage et de prendre $\varphi_{ef}=0$, si les trois conditions suivantes sont vérifiées conjointement :

- ✓ $\varphi_{ef} \leq 2$
- ✓ $\lambda \leq 75$
- ✓ $\frac{M_{0,Ed}}{N_{Ed}} \geq h$, où h est la hauteur de la section dans la direction correspondante

Application

On étudie le poteau intérieur 3C du rez-de-chaussée du bâtiment du projet. Il reprend une surface d'influence égale à $S = \frac{(3,5+3,5) \cdot (4,0+5,4)}{4} = 16,45m^2$. La hauteur entre plans moyens de dalles est de 3 200mm ; la section horizontale du poteau est 200*200mm.

Calculons la valeur finale du coefficient de fluage $\varphi(\infty; t_0)$.

Données :

Rayon moyen de l'élément $h_0 = 2 * \frac{A_c}{u} = 2 * \frac{200^2}{4 * 200} = 100mm$

RH=50% d'humidité relative (en intérieur)

Bâtiment à usage d'habitation : $\psi_2 = 0,3$

Calcul du coefficient de fluage :

La valeur finale du coefficient de fluage est égale à:

$$\begin{aligned} \varphi(\infty; t_0) &= \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) \\ &= \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,08 * \sqrt[3]{h_0}}\right) * \left(\frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}\right) * \left(\frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}\right) \\ &= \left(1 + \frac{1 - \frac{50}{100}}{0,08 * \sqrt[3]{100}}\right) * \left(\frac{16,8}{\sqrt{33}}\right) * \left(\frac{1}{0,1 + 28^{0,2}}\right) \\ &= 3,3519 \end{aligned}$$

Ainsi, le coefficient de fluage effectif est égal à:

$$\begin{aligned} \varphi_{ef} &= \varphi(\infty; t_0) * \frac{M_{0,Eqp}}{M_{0,Ed}} \\ &= \varphi(\infty; t_0) * \frac{N_{0,Eqp}}{N_{0,Ed}} \\ &= \varphi(\infty; t_0) * \frac{N_G + \psi_2 * Q}{1,35 * N_G + 1,5 * N_Q} \\ &= 3,3519 * \frac{(10\ 000 + 0,3 * 3\ 000)}{(1,35 * 10\ 000 + 1,5 * 3\ 000)} = 3,3519 * \frac{10\ 900}{18\ 000} = 2,03 \end{aligned}$$

4. Méthodes de calcul

La norme NF EN 1992-1-1 autorise 5 méthodes de calcul des poteaux au flambement :

1. Faibles élancements :

On peut se dispenser du calcul au flambement, pour des valeurs de λ comprises entre 10 et 30 et pour une contrainte moyenne de compression du béton pas trop forte.

2. Méthode générale :

Elle reprend les mêmes hypothèses que la méthode déjà utilisée en France (dite méthode Faessel).

3. Méthode de la rigidité nominale :

Elle conduit à un moment de calcul majoré et nécessite ensuite un calcul en flexion composée.

4. Méthode de la courbure nominale :

Elle conduit à une excentricité du second ordre forfaitaire et nécessite ensuite un calcul en flexion composée.

5. Méthode simplifiée des recommandations professionnelles :

Il s'agit d'une méthode équivalente à celle utilisée au BAEL, propre à la France et rapide à mettre en œuvre.

C'est une méthode simplifiée pour les structures contreventées, calquée sur la méthode simplifiée des précédentes règles françaises. Les coefficients ont été choisis de sorte que cette méthode simplifiée soit conforme à la norme NF EN 1992-1-1.

Calcul de la force portante du poteau	
$N_{Rd} = \alpha * k_h * k_s * (A_c * f_{cd} + A_s * f_{yd})$	
Section rectangulaire	Section circulaire
$\alpha = \frac{0,86}{1 + (\frac{\lambda}{62})^2}$ si $\lambda \leq 60$ $\alpha = (\frac{32}{\lambda})^{1,3}$ si $60 < \lambda \leq 120$	$\alpha = \frac{0,84}{1 + (\frac{\lambda}{52})^2}$ si $\lambda \leq 60$ $\alpha = (\frac{27}{\lambda})^{1,24}$ si $60 < \lambda \leq 120$
$k_h = (0,75 + 0,5 * h) * (1 - 6 * \rho * \delta)$ pour $h < 0,5m$ $k_h = 1$ pour $h \geq 0,5m$	$k_h = (0,7 + 0,5 * D) * (1 - 8 * \rho * \delta)$ pour $D < 0,6m$ $k_h = 1$ pour $D \geq 0,6m$
$k_s = 1,6 - 0,6 * \frac{f_{yk}}{500}$ pour $f_{yk} > 500$ et $\lambda > 40$ $k_s = 1$ pour $f_{yk} \leq 500$ et $\lambda \leq 40$	$k_s = 1,6 - 0,65 * \frac{f_{yk}}{500}$ pour $f_{yk} > 500$ et $\lambda > 30$ $k_s = 1$ pour $f_{yk} \leq 500$ et $\lambda \leq 30$

Les paramètres ci-dessus sont expliqués dans le tableau ci-après :

<p>b : petit côté en mètres ($b < h$) D : diamètre du poteau en mètres $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5}$ et $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$ en MPa A_s : section totale des aciers en m^2 $\rho = \frac{A_s}{A_c} \leq 3\%$: ratio surface d'acier sur surface de béton; $\delta = \frac{d'}{b} \leq 0,3$: enrobage relatif</p>
<p>On peut prendre : $(1 - 6 * \rho * \delta) = 0,95$ en section rectangulaire $(1 - 8 * \rho * \delta) = 0,93$ en section circulaire</p>

La formule simplifiée de calcul est applicable lorsque l'ensemble des conditions suivantes est vérifié :

- ✓ poteau bi-articulé sous charges centrées ;
- ✓ élancement $\lambda \leq 120$;
- ✓ résistance caractéristique du béton en compression: $20\text{MPa} \leq f_{ck} \leq 50\text{MPa}$;
- ✓ épaisseur dans le sens du flambement: $h \geq 0,15\text{m}$;
- ✓ distance des aciers à la paroi la plus proche: $d' \leq \text{Min}\{0,3 * h; 100\text{mm}\}$;
- ✓ A_s est la section totale des aciers situés à la distance d' des parois, disposés en deux lits symétriques pour une section rectangulaire ou en six barres pour une section circulaire ;
- ✓ chargement à 28 jours au moins.

Application

Plan de coffrage:

On étudie le poteau intérieur 3C du rez-de-chaussée du bâtiment du projet. Il reprend une surface d'influence égale à $S = \frac{(3,5+3,5) * (4,0+5,4)}{4} = 16,45\text{m}^2$. La hauteur entre la dalle et le premier plancher est de 3 200mm ; la section horizontale du poteau est 200*200mm.

Calculons les armatures du poteau avec les formules simplifiées des recommandations professionnelles.

Solution

Les calculs seront menés avec un élancement $\lambda = \lambda_x = 30$ (flambement autour de l'axe x).

Le coefficient de flambement α dépend directement de l'élancement λ :

$$\alpha = \frac{0,86}{1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2} = \frac{0,86}{1 + \left(\frac{30}{62}\right)^2} = 0,7$$

Les deux coefficients k_h et k_s valent:

$$k_h = (0,75 + 0,5 * h) * (1 - 6 * \rho * \delta) = (0,75 + 0,5 * 0,2) * 0,95 = 0,8$$

$$k_s = 1$$

Posons $\rho = \frac{A_s}{A_c} = 1\%$ et calculons l'effort normal portant du poteau.

L'effort portant du poteau

$$N_{Rd} = \alpha * k_h * k_s * (A_c * f_{cd} + A_s * f_{yd})$$

$$= 0,7 * 0,8 * 1 * (0,04 * \frac{25}{1,5 * 10^{-6}} + 0,01 * 0,04 * \frac{500}{1,15 * 10^{-6}}) = 472\,997 \text{ N.}$$

Cette valeur est inférieure à celle du BAEL, et donc moins sécuritaire. On prend une section horizontale du poteau égale à 300*300mm.

Avec cette section, l'effort normal portant du poteau devient

$$N_{Rd} = \alpha * k_h * k_s * (A_c * f_{cd} + A_s * f_{yd})$$

$$= 0,7 * 0,8 * 1 * (0,09 * \frac{25}{1,5 * 10^{-6}} + 0,01 * 0,09 * \frac{500}{1,15 * 10^{-6}}) = 1\,059\,130 \text{ N.}$$

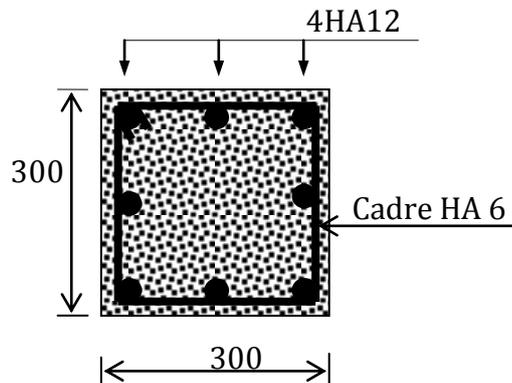
$$\text{Ainsi, } A_s = \frac{1}{f_{yd}} * (\frac{N_{Ed}}{\alpha * k_h * k_s} - A_c * f_{cd})$$

$$= \frac{1,15}{500} * (\frac{1\,059\,130}{0,7 * 0,8 * 1} - 300^2 * \frac{25}{1,5})$$

$$= 900 \text{ mm}^2$$

On choisit 8HA12, ce qui correspond à une section réelle de 905mm².

La section sera composée de 8HA12 ($A=905\text{mm}^2$), comme indiqué sur le croquis ci-après.



Dispositions constructives

Armatures longitudinales

Le diamètre des armatures longitudinales ne doit pas être inférieur à 8mm.

Section minimale	Section maximale
$A_{s,min} = \text{Max}\{\frac{0,1 * N_{Ed}}{f_{yd}}; 0,002 * A_c\}$	$A_{s,max} = 0,04 * A_c$ $A_{s,max} = 0,08 * A_c$ en zone de recouvrement

Pour les poteaux

- ✓ de section polygonale, il faut disposer au moins une barre dans chaque angle;
 - ✓ circulaires, il ne faut pas moins de quatre armatures selon l'Eurocode 2.
- Dans la pratique, les poteaux circulaires ont au moins six armatures longitudinales.

Application

Vérification des sections minimales et maximales

La section minimale d'armatures longitudinales du poteau est égale à :

$$\begin{aligned} A_{s,\min} &= \text{Max} \left\{ \frac{0,1 * N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002 * A_c \right\} \\ &= \text{Max} \left\{ \frac{0,1 * 1\,059\,130 * 1,15}{500} ; 0,002 * 300^2 \right\} = \text{Max} \{244; 180\} \\ &= 244 \text{mm}^2 \end{aligned}$$

Cette section est bien inférieure à la section réelle ($A=905\text{mm}^2$) qu'il faut placer. La section minimale est vérifiée.

$$A_{s,\max} = 0,04 * A_c = 0,04 * 300^2 = 3\,600 \text{mm}^2$$

Cette section est bien supérieure à la section réelle ($A=905\text{mm}^2$) qu'il faut placer. La section maximale est vérifiée.

Armatures transversales

Diamètre (ϕ_t)

L'article 9.5.3(1) indique que le diamètre des armatures transversales (cadres, boucles ou armatures en hélices) ne doit pas être inférieur

- ✓ à 6mm ou
- ✓ au quart du diamètre maximal des barres longitudinales, si cette dernière valeur est supérieure.

En d'autres termes, $\phi_t = \max \{6\text{mm}; \frac{1}{4} * \phi_l\}$.

Espacement ($s_{cl,\max}$)

L'article 9.5.3(3) indique qu'il faut limiter l'espacement des armatures transversales le long du poteau. L'espacement maximal $s_{cl,\max}$ est limité à la plus petite des valeurs suivantes :

- ✓ 20 fois le diamètre minimal des barres longitudinales
- ✓ la plus petite dimension du poteau
- ✓ 40cm

En d'autres termes, $s_{cl,\max} = \min \{40\text{cm}; h; 20 * \phi_{l,\min}\}$

Cet espacement maximal $s_{cl,\max}$ doit être réduit par un facteur de 0,6 dans les deux circonstances suivantes :

- ✓ Sur une hauteur égale à b (ou égale au diamètre du poteau) au-dessus ou en dessous de la dalle (ou de la poutre).
- ✓ Dans les zones de recouvrements d'armatures, si le diamètre des barres longitudinales est supérieur à 14mm; il faut disposer 3 barres transversales régulièrement espacées dans cette zone.

L'article 9.5.3(6) indique que toutes les armatures longitudinales placées dans les angles doivent être maintenues transversalement par des cadres, épingles ou étriers. Les armatures non maintenues ne doivent pas être à plus de 15cm d'une armature maintenue.

Application

L'espacement maximal des armatures transversales $s_{cl,tmax}$ est égal à :

$$s_{cl,tmax} = \text{Min}\{20 \cdot 1,2 \text{cm}; 20 \text{cm}; 40 \text{cm}\} = \text{Min}\{24 \text{cm}; 20 \text{cm}; 40 \text{cm}\} = 20 \text{cm}$$

La longueur de recouvrement de calcul est égale à $l_0 = 61 \cdot \phi = 61 \cdot 12 = 732 \text{mm}$

Dans les zones de recouvrement, les armatures transversales doivent être espacées de $0,6 \cdot s_{cl,tmax} = 0,6 \cdot 200 \text{mm} = 120 \text{mm}$. On choisit de procéder au recouvrement des armatures au-dessus de la dalle.

Fondations

1. Semelles superficielles

1.1. Généralités

Les fondations superficielles transmettent les charges au sol de fondation qui, comme tout matériau, peut se déformer. L'article 5.1.2(2) de la norme 1992-1-1 indique qu'il est possible d'utiliser des méthodes simplifiées de dimensionnement des fondations dans les cas courants où elles sont peu sensibles aux déformations du sol.

1.1.1. Notations

La largeur de la semelle est notée B, sa hauteur h et sa profondeur C dans le cas d'une semelle isolée. Les lettres minuscules b et c sont réservées aux dimensions du voile ou du poteau.

En général, les dimensions des semelles sont homothétiques de celles du poteau : $\frac{B}{C} = \frac{b}{c}$

Les surfaces de contact avec le sol B*C (semelle isolée) ou B*1m (semelle filante) sont déterminées afin que la contrainte issue de la descente de charge du bâtiment, y compris le poids de la semelle, soit inférieure à la contrainte de calcul du sol.

La hauteur est généralement fixée en fonction de d, qui doit vérifier :

- ✓ $d \geq \frac{B-b}{4}$ pour les semelles filantes
- ✓ $d \geq \frac{B-b}{4}$ et $d \geq \frac{C-c}{4}$ pour les semelles isolées

Les dimensions des semelles ne doivent pas être inférieures aux dimensions minimales suivantes :

- ✓ largeur : $B \geq 40\text{cm}$
- ✓ hauteur : $h \geq 20\text{cm}$
- ✓ hauteur de rive : $h_{\text{rive}} \geq 6 * \phi + 6\text{cm}$
- ✓ débord : $\geq 10\text{cm}$

La distance au terrain naturel est notée D. Les fondations profondes vérifient $D \geq 3\text{m}$ et $D \geq 6 * B$.

1.1.2. Enrobage

Lorsqu'un béton est coulé au contact de surfaces irrégulières, l'enrobage nominal doit tenir compte de l'irrégularité du support.

Valeurs de l'enrobage nominal des semelles superficielles

Enrobage nominal	Béton coulé au contact direct du sol	Béton coulé sur un béton de propreté
NF EN 1992-1-1	75mm	45mm
Annexe Nationale Française (ANF)	65mm	30mm

Lorsqu'il existe, le béton de propreté (ou béton maigre) est dosé en ciment à $C \leq 250 \text{ kg/m}^3$ et est épais de 5 à 10cm. Le coffrage latéral est prévu ou non, selon la qualité du terrassement et la tenue du terrain.

1.1.3. Fondation sur sol en pente

Les fondations supérieures sur un sol en pente peuvent exercer une poussée sur les fondations inférieures. Pour s'en prémunir, il faut que la pente formée par les deux arêtes des fondations ne dépasse pas 2/3. De plus, il faut vérifier la stabilité d'ensemble de l'ouvrage au glissement.

1.1.4. Joints de rupture, joints de dilatation

Un joint de rupture doit être prévu entre deux ouvrages voisins lorsqu'ils subissent des différences importantes de charge, par exemple

- ✓ un nombre d'étages différents sur les deux ouvrages
- ✓ des tassements différentiels dus à des remblais d'épaisseur différente

Dans le cas d'un sol homogène et bien consolidé ou de descentes de charges semblables, les joints de dilatation sont arrêtés au-dessus de la semelle, en prévoyant un renfort d'armatures immédiatement sous ce joint : ce joint de dilatation est également appelé «joint diapason».

1.1.5. Etats limites à vérifier

Les différents états limites à vérifier sont les suivants :

- ✓ la résistance du sol ;
- ✓ la résistance au glissement ;
- ✓ la résistance au tassement ;
- ✓ la résistance au renversement ;
- ✓ la résistance au poinçonnement ;
- ✓ le ferrailage ;
- ✓ l'ancrage ;
- ✓ la stabilité d'ensemble ;

Les vérifications au glissement, au renversement, au tassement et à la stabilité d'ensemble ne sont pas abordées.

En revanche, on traitera les points ci-après :

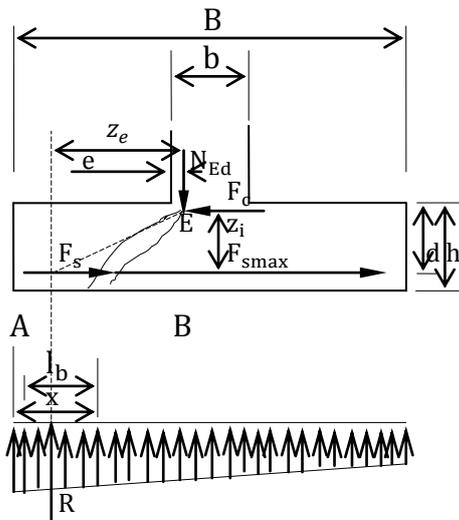
- ✓ le dimensionnement de la semelle ;
- ✓ le calcul de la section d'armatures ;
- ✓ le calcul des ancrages des armatures ;
- ✓ la vérification au poinçonnement.

1.2. Calcul de la section d'acier inférieure A_s

La norme NF en 1992-1-1 propose deux méthodes de calcul de la section d'acier inférieure : la méthode des moments et la méthode des bielles.

1.2.1. Méthode des moments

Cette méthode, exposée dans l'article 9.8.2.2 de la norme NF EN 1992-1-1, consiste à calculer l'effort de traction dans les armatures à partir des conditions d'équilibre, en tenant compte de l'effet des fissures inclinées. Le moment résistant est obtenu en multipliant cet effort par le bras de levier interne z_i .



L'effort de traction à ancrer est donné par l'équation au moment par rapport au point E :

$$F_s = R * \frac{z_e}{z_i} \quad \text{avec}$$

- R : résultante de la pression du sol sur la distance x (N) ;
- z_e : bras de levier des forces externes (m), soit la distance entre R et l'effort vertical N_{Ed} ; z_e peut être déterminé en supposant $e = 0,15 * b$;
- z_i : bras de levier des forces internes (m), soit la distance entre les armatures et l'effort horizontal F_c ; z_i peut être pris égal à $e = 0,9 * d$;
- F_c : effort de compression correspondant à l'effort de traction maximal $F_{s,max}$

La longueur d'ancrage disponible pour les barres droites est notée l_b sur la figure ci-dessus. Si cette longueur n'est pas suffisante pour ancrer F_s , les barres peuvent

- ✓ soit être repliées vers le haut afin d'augmenter la longueur disponible
- ✓ soit être équipées de dispositifs d'ancrage d'extrémité.

Lorsque N_{Ed} est centré sur le poteau (voile) et sur la semelle, la réaction du sol est uniforme :

$$q = \frac{N_{Ed}}{B} \quad \text{et} \quad R = q * x = \frac{N_{Ed}}{B} * x$$

Le bras de levier des forces externes est égal à : $z_e = \frac{B-x}{2} - 0,35*b$

L'effort de traction dans les aciers est égal à : $F_s = R * \frac{z_e}{z_i} = \frac{N_{Ed}}{B} * x * \frac{(B-x-0,7*b)}{2*z_i}$.

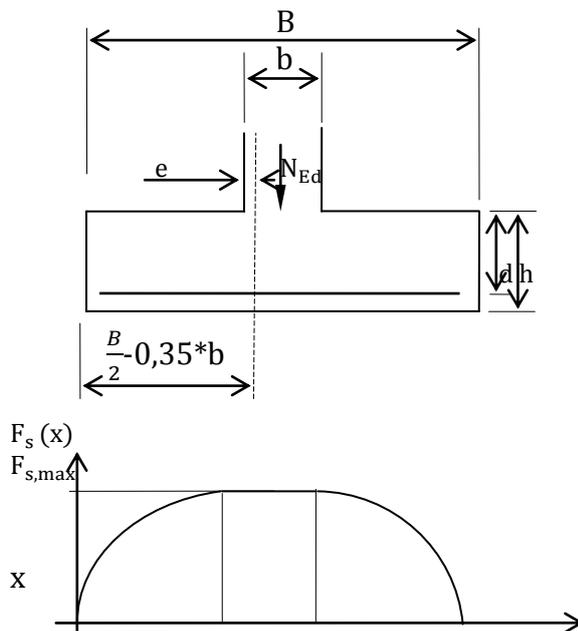
L'effort de traction dans l'armature varie paraboliquement :

✓ $F_s = 0$, lorsque $x=0$

✓ $F_s = F_{s,max} = \frac{N_{Ed}}{B} * \frac{(B-0,7*b)^2}{8*B*z_i}$ lorsque $x = \frac{B}{2} - 0,35*b$

Il est au plus égal à $A_s * f_{yd}$; donc, en remplaçant z_i par $0,9*d$, on obtient

$$A_s = \frac{N_{Ed}}{B} * \frac{(B-0,7*b)^2}{7,2*B*d*f_{yd}} ;$$



Cet effort correspond au rapport du moment d'encastrement dans la section B par le bras de levier des forces internes z_i . En effet,

✓ $M_{Ed} = Q * \frac{(\frac{B}{2} - 0,35*b)^2}{2}$

✓ $F_{s,max} = \frac{N_{Ed}}{B} * \frac{(B-0,7*b)^2}{8*B*z_i}$

L'évaluation du bras de levier des forces internes z_i à $z_i = 0,9*d$ est en général assez défavorable. Il est plus économique de calculer la section d'acier par un calcul en flexion simple dans la section B avec le moment M_{Ed} .

Application

Données

On considère la semelle isolée sous le poteau 3C de section carrée $b=0,30m$, chargée par $N_{Ed}=1\ 059\ 130N$.

Sol :

- ✓ la résistance à la pointe du sol, déterminée par des essais au pénétromètre dynamique de 10daN, ont donné une valeur de 23,14MPa.
- ✓ la contrainte de calcul du sol est évaluée à $f_{d,sol} = \frac{23,14}{20} = 1,157\text{MPa}$.

Durabilité & Sécurité :

Le béton est coulé sur un béton de propreté. Ainsi $c_{nom} = 30\text{mm}$

Matériaux : Connus

Situation de projet : Durable

Géométrie de la semelle :

Il faut s'assurer que la contrainte appliquée sur le sol issue de la descente de charge est inférieure à la contrainte de calcul.

Ainsi, $B \cdot C = \frac{N_{Ed}}{f_{d,sol}} = \frac{1\,059\,130}{1,157} = 915\,410\text{mm}^2 = 0,91541\text{m}^2$. On a $B = \sqrt{B \cdot C} = 0,957\text{m}$.

L'homothétie poteau-semelle $\frac{b}{c} = \frac{B}{C}$ est respectée ; donc $C = 0,957\text{m}$.

On choisit $B = C = 1,3\text{m}$.

Le critère de semelle massive s'écrit : $d \geq \frac{B-b}{4} = \frac{1,3-0,3}{4} = 0,25\text{m}$.

On choisit $h = 0,30\text{m}$.

Il faut s'assurer que les contraintes appliquées sur le sol, avec le poids de la semelle, ne dépassent pas la contrainte de calcul.

Poids de la semelle : $P_{semelle} = 1,69 \cdot 0,3 \cdot 25\,000 = 12\,675\text{N}$.

La contrainte sur le sol vaut $\sigma_{sol} = \frac{1\,059\,130 + 1,35 \cdot 12\,675}{1,3 \cdot 1,3} = 0,64\text{MPa}$ ($f_{d,sol} = 1,157\text{MPa}$)

Calcul de la section d'acier

Calcul de la hauteur utile d

Elle est évaluée en première approximation avec des HA 12 :

$d = h - c_{nom} - \frac{\phi}{2} = 0,3 - 0,03 - 0,006 = 0,264\text{m}$.

Ainsi, la section d'acier est égale à $A_s = \frac{N_{Ed} \cdot (B - 0,7 \cdot b)^2}{7,2 \cdot B \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{1\,059\,130 \cdot (1,3 - 0,7 \cdot 1,3)^2}{7,2 \cdot 1,3 \cdot 0,264 \cdot \frac{500}{1,15}} = 1\,171\text{mm}^2$.

Cette section est distribuée sur 1,30m. On choisit 11HA12 ($A = 1\,244\text{mm}^2$), ce qui représente un espacement $e = 0,12\text{m}$.

Ainsi, $130 = 5 + 10 \cdot 12 + 5$.

Ancrage des armatures inférieures

Les barres sont ancrées à partir de l'effort agissant $F_{s,Ed}$ calculé dans l'armature. Il faut s'assurer que l'effort agissant $F_{s,Ed}$ reste inférieur à l'effort résistant $F_{s,Rd}$ dans toutes les sections de l'armature.

Trois cas peuvent se présenter selon la valeur de la longueur d'ancrage de calcul l_{bd} .

- ✓ Ancrage avec un crochet : lorsque $l_{bd} > \frac{B-0,7*b}{4}$
- ✓ Ancrage droit : lorsque $\frac{B-0,7*b}{8} < l_{bd} \leq \frac{B-0,7*b}{4}$
- ✓ Ancrage droit d'armatures alternées : lorsque $l_{bd} \leq \frac{B-0,7*b}{8}$

En conclusion, il faut préférer des armatures de petit diamètre relativement rapprochées plutôt que des armatures de gros diamètre espacées.

Résistance au poinçonnement

En application de l'article 6.4 de la norme NF EN 1992-1-1, les semelles doivent être vérifiées au poinçonnement pour éviter que le poteau ne traverse la semelle à l'emporte-pièce.

Il faut calculer la contrainte de cisaillement v_{Ed} agissant dans une section de contrôle, située à une distance a au plus égale à $2d$ du nu du poteau et s'assurer qu'elle reste inférieure à la contrainte de cisaillement résistante $v_{Rd,c}$. Soit

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

Chargement centré

A la distance a du nu du poteau, on définit le périmètre u du contour de contrôle et la surface A de contact avec le sol à l'intérieur du contour de contrôle.

Périmètre du contour de contrôle et surface A à l'intérieur du contour.

	Poteau circulaire	Poteau rectangulaire
Périmètre u	$u = \pi(D + 2a)$	$u = (b + c + \pi a)$
Surface A	$A = \pi\left(\frac{D}{2} + a\right)^2$	$A = 2a(b+c) + bc + \pi a^2$

Le cisaillement dans la section de contrôle est dû à la réaction du sol en dehors de la surface A . Ainsi, la contrainte de cisaillement agissante est égale à :

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed} - \Delta V_{Ed}}{u*d} \quad \text{avec}$$

V_{Ed} effort tranchant appliqué (qui correspond à l'effort normal apporté par le poteau)

ΔV_{Ed} réaction du sol sur la surface A

$u*d$ surface de la section de contrôle, d étant la hauteur moyenne le long du périmètre, soit $d = 0,5*(d_x + d_y)$.

La contrainte de cisaillement résistante $v_{Rd,c}$ est égale à :

$$v_{Rd,c} = \frac{2d}{a} * \max\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{min}\} \quad \text{avec}$$

✓ $C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$

✓ $k = \{1 + (\frac{200}{d})^{\frac{1}{2}}; 2\}$, avec d est exprimée en mm

- ✓ ρ : % moyen d'acier : $\rho = (\rho_x * \rho_y)^{\frac{1}{2}}$;
 - ρ_x est le rapport de la section d'acier sur la surface de béton dans la direction x pour une largeur égale à la largeur du poteau plus $3*d$ de part et d'autre ;
 - ρ_y est le % d'acier dans la direction orthogonale.

*Souvent, la largeur du poteau plus $3*d$ de part et d'autre est supérieure à la largeur de la semelle. La largeur à prendre en compte pour le calcul de la surface de béton est alors la largeur de la semelle.*

✓ $v_{\min} = 0,035 * k^{\frac{2}{3}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$

Si la relation $v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$ n'est pas vérifiée, il faut

- ✓ disposer des armatures d'effort tranchant conformément aux dispositions de l'article 6.4. 5 de la norme NF EN 1992-1-1, ou
- ✓ augmenter la hauteur h de la semelle.

Chargement excentré

Lorsque le chargement est excentré, v_{Ed} s'écrit $v_{Ed} = \frac{V_{Ed} - \Delta V_{Ed}}{u * d} * \beta$.

Poteau rectangulaire

Pour un poteau rectangulaire, le coefficient β est égal à $\beta = 1 + k * \frac{M_{Ed} * u}{(V_{Ed} - \Delta V_{Ed}) * W}$ avec

M_{Ed} moment agissant en pied de poteau ;

$W = 0,5c_1^2 + c_1c_2 + 4c_2d + 16d^2 + 2\pi dc_1$;

k coefficient qui dépend des dimensions du poteau (tableau ci-dessous) ;

Valeurs de k en fonction des dimensions du poteau

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,6	0,7	0,8

c_1 : dimension du poteau parallèlement à l'excentricité de la charge
 c_2 : dimension du poteau perpendiculairement à l'excentricité de la charge

Poteau circulaire

Pour un poteau circulaire, le coefficient β est égal à $\beta = 1 + \frac{0,6 * \pi * e}{D + 4 * d}$ avec

- ✓ D diamètre du poteau circulaire
- ✓ e excentricité égale au rapport entre le moment agissant en pied de poteau M_{Ed} et l'effort tranchant V_{Ed} .
- ✓ d hauteur utile moyenne de la semelle

Application

Données

On considère une semelle isolée sous poteau : $b=0,3m$ et $c=0,3m$.

L'effort normal agissant est centré et vaut $N_{Ed}=1\ 059\ 130N$.

Sol : contrainte de calcul du sol $f_{d,sol}=1,157MPa$.

Durabilité et Sécurité : béton coulé sur un béton de propreté : $c_{nom}=30mm$.
Matériaux : Connus
Situation de projet : Durable
Géométrie de la semelle : Connue

Faut-il des crochets pour les HA12?

Les conditions d'adhérence sont bonnes :

$$\checkmark l_{bd}=40*12=480mm$$

$$\checkmark \frac{B-0,7*b-1\ 300-0,7*300}{4}=273mm$$

Il faut donc des crochets, puisque $l_{bd} > \frac{B-0,7*b}{4}$.

✓ Dans la direction parallèle à C

Les résultats sont les mêmes, car la dalle est de section carrée.

Calcul de la résistance au poinçonnement

Plaçons-nous à une distance $a=d$ du nu du poteau et vérifions la résistance au poinçonnement dans cette section de contrôle.

✓ Calcul des hauteurs utiles effectives :

$$d_{//B} = 300 - 30 - \frac{12}{2} = 264mm$$

$$d_{//C} = 300 - 30 - 12 - \frac{12}{2} = 252mm.$$

$$D'où d_{moyen} = \frac{(d_{//B} + d_{//C})}{2} = \frac{(264 + 252)}{2} = 258mm$$

✓ Calcul des % d'acier :

$$\rho_{//B} = \frac{A_{S//B}}{C*h} = \frac{1\ 244}{1\ 300*300} = 3,19 * 10^{-3} \quad \rho_{//C} = \frac{A_{S//C}}{B*h} = \frac{1\ 244}{1\ 300*300} = 3,19 * 10^{-3}$$

$$\text{Ainsi, le \% d'acier moyen } \rho = (\rho_{//B} * \rho_{//C})^{\frac{1}{2}} = (3,19 * 10^{-3} * 3,19 * 10^{-3})^{\frac{1}{2}} = 3,19 * 10^{-3}$$

✓ Calcul des contraintes de cisaillement pour $a=0,35m$:

Le périmètre du contour de contrôle est égal à : $u = 2*(b+c+\pi * a)$

$$= 2*(300+300+\pi * 350)$$

$$= 3\ 400mm$$

La surface de contact avec le sol à l'intérieur du contour de contrôle est égale à :

$$A = 2*a*(b+c) + b*c + \pi * a^2$$

$$= 2*350*(300+300) + 300*300 + \pi * 350^2$$

$$= 894\ 845mm^2$$

Il est donc possible de calculer la réaction du sol sous la surface A :

$$\Delta V_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{B*C} * A = \frac{1\ 059\ 130}{1\ 300*1\ 300} * 894\ 845 = 560\ 803N$$

La contrainte de cisaillement agissant vaut alors

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed} - \Delta V_{Ed}}{u*d} = \frac{1\ 059\ 130 - 560\ 803}{3\ 400*258} = 0,568MPa.$$

Pour calculer la contrainte de cisaillement résistante $v_{Rd,c}$, il faut déterminer les valeurs suivantes :

$$k = \text{Min}\left\{1 + \left(\frac{200}{d}\right)^{\frac{1}{2}}; 2\right\} = \text{Min}\left\{1 + \left(\frac{200}{158}\right)^{\frac{1}{2}}; 2\right\} = 2$$

$$v_{\min} = 0,035 * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 * 2^{\frac{3}{2}} * 25^{\frac{1}{2}} = 0,4950 \text{MPa.}$$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, } v_{Rd,c} &= \frac{2*d}{a} * \max\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{\min}\} \\ &= \frac{2*258}{350} * \max\left\{\frac{0,18}{1,5} * 2 * (100 * 3,19 * 10^{-3} * 25)^{\frac{1}{3}}; 0,495\right\} \\ &= \frac{2*258}{350} * \max\{0,4795; 0,4950\} \\ &= \frac{2*258}{350} * 0,495 \\ &= 0,73 \text{MPa} \quad \text{à comparer avec} \quad v_{Ed} = 0,568 \text{MPa} \end{aligned}$$

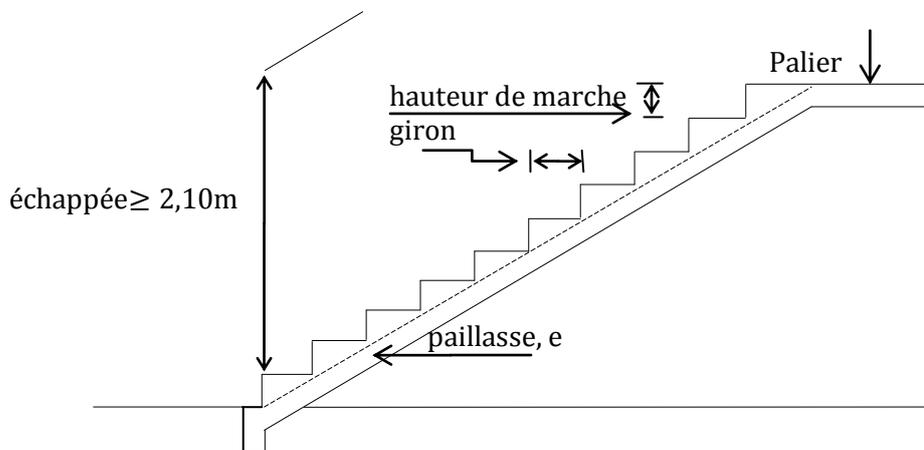
La contrainte de cisaillement résistante $v_{Rd,c}$ est supérieure la contrainte de cisaillement agissant v_{Ed} . Les contraintes sont vérifiées pour la section de contrôle située à la distance $a=0,35\text{m}$ du nu du poteau.

Calcul de l'escalier

L'immeuble comporte 2 escaliers identiques, chacun ayant deux volées droites et un palier intermédiaire. Les marches reposent sur deux limons ; ces limons sont eux-mêmes supportés par des poteaux en béton armé, qui transmettent les charges de l'escalier aux éléments de fondation en semelles isolées.

1. Définitions

La figure ci-dessous indique les composantes principales d'un escalier :



Escalier	: élément d'ouvrage permettant de passer à pied d'un étage de bâtiment à un autre. L'escalier est composé d'une succession régulière de plans horizontaux consistant en marches et paliers.
Cage d'escalier	: murs ou voiles entourant l'escalier
Contremarche	: face verticale reliant, lorsqu'elle existe, deux marches consécutives.
Dénivelée	: hauteur de franchissement de l'escalier. Dans un bâtiment, c'est la hauteur comptée de plancher à plancher, revêtements compris.
Emmarchement	: largeur utile des marches
Giron	: distance horizontale entre deux nez de marche
Hauteur de marche	: distance verticale séparant le dessus de deux marches consécutives.
Jour d'escalier	: espace central de l'escalier, lorsqu'il existe. Lorsque les deux volées sont accolées, il n'y a pas de jour.
Ligne de foulée	: trajet perpendiculaire aux nez de marche
Limon	: poutre inclinée servant de supports aux extrémités des marches
Marche	: surface plane de l'escalier sur laquelle le pied se pose pour utiliser l'escalier.
Mur d'échiffre	: limon remplacé par un mur ou voile

- Nez de marche** : bord extérieur de la marche, en débord ou non par rapport à la contremarche, lorsque celle-ci existe.
- Paillasse** : partie inclinée servant de support aux marches sur toute leur largeur
- Palier** : partie horizontale d'accès ou d'arrivée d'une volée
- Reculement** : projection verticale de la longueur de l'escalier
- Trémie d'escalier** : ouverture ménagée dans le plancher pour permettre le passage d'un escalier
- Volée** : ensemble de marches successives compris entre deux paliers, quelle que soit leur nature.

2. Dimensionnement des escaliers

Hauteur et largeur des marches

	Valeurs courantes (mm)	Valeurs extrêmes (mm)
Hauteur (h)	160 à 170	130 à 170
Largeur (giron=g)	260 à 290	260 à 360

Relation entre h et g (formule de Blondel): $600 \text{ mm} \leq 2h+g \leq 640\text{mm}$.

Largeur des escaliers

Pour des raisons de circulation de personnes : minimum de 600mm.

Pour des établissements recevant du public (ERP) :

Nombre d'unités de passage(UP)	Nombre de personnes à évacuer	Largeur minimale (mm)
1	≤ 100	800
2	≤ 200	1 400
3	≤ 300	1 800
4	≤ 400	2 400

3. Calcul

Les volées droites de l'escalier se calculent comme des dalles inclinées. Le calcul ne prend pas en compte le poids des marches au-dessus de la paillasse. Celles-ci sont considérées comme une surcharge et n'interviennent pas dans la résistance.

Le palier se calcule comme une dalle rectangulaire pleine.

Les calculs sont menés pour la première volée et le palier. Le ferrailage et la marche générale de l'escalier sont montrés en détail sur une coupe longitudinale de l'axe de l'escalier.

3.1. Prédimensionnement

- Emmarchement (largeur utile) choisi $E = 140\text{cm}$
- Hauteur à gravir $H = 320\text{cm}$
- Choix de la hauteur de marche $h = 16\text{cm}$
- Détermination du nombre de marches $n = \frac{H}{h} = \frac{320}{16} = 20$
- Détermination de la hauteur réelle de marche $h = \frac{H}{n} = \frac{320}{20} = 16\text{cm}$.
- Détermination du giron:
 La formule de Blondel impose $60 \leq 2h + g \leq 64$.
 De la double inégalité ci-dessus, on déduit $28 \leq g \leq 32$.
 On choisit $g = 30\text{cm}$.

3.2. Paramètres :

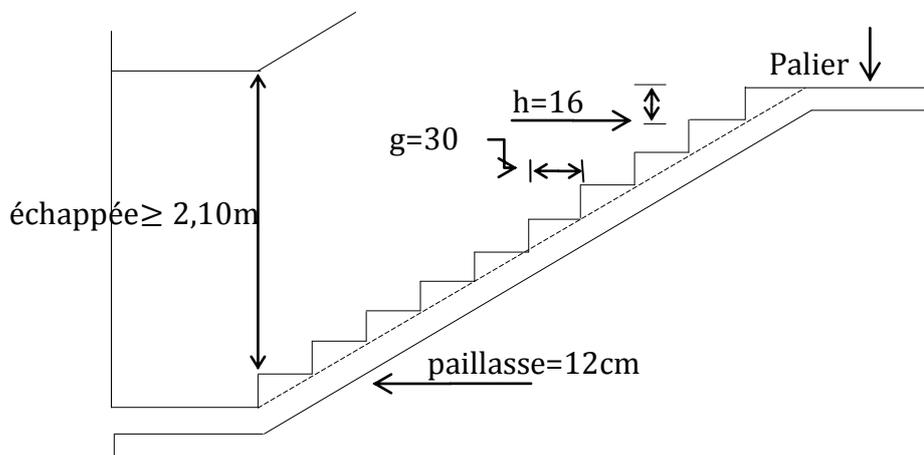
- ✓ $\alpha = \arctg \frac{h}{g}$
- ✓ $g_1 =$ le poids propre ; $g_1 = \gamma_{\text{béton}} * (\frac{e}{\cos \alpha} + \frac{h}{2})$
- ✓ $g_2 =$ le revêtement sur marches (p_1 N par m^2 horizontal, p_2 N par m^2 vertical) et en sous-face de la paillasse (p_3 N par m^2 suivant la pente).
- $g_2 = p_1 + p_2 * \frac{h}{g} + \frac{p_3}{\cos \alpha}$ par m^2 horizontal et
- ✓ $q =$ la charge d'exploitation par m^2 horizontal

Charge d'exploitation :

Suivant la norme NF EN 1991-1-1, on prend comme charge d'exploitation, le maximum de $2\,500\text{N}/\text{m}^2$ pour les circulations et escaliers. Carrelage de 25mm sur 15mm de mortier sur marches, 15mm de mortier en sous-face de la paillasse.

Charges permanentes :

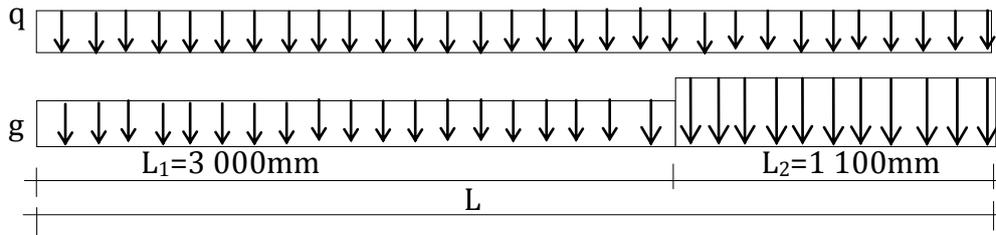
$$\begin{aligned}
 g_1 &= \gamma_{\text{béton}} * (\frac{e}{\cos \alpha} + \frac{h}{2}) = 25\,000 * (\frac{0,12}{0,8824} + \frac{0,16}{2}) = 5\,400\text{N}/\text{m}^2 \\
 p_1 &= 25\,000 * (0,025 + 0,015) = 1\,000\text{N}/\text{m}^2 \\
 p_2 &= 25\,000 * (0,025 + 0,015) = 1\,000\text{N}/\text{m}^2 \\
 p_3 &= 25\,000 * 0,015 = 375\text{N}/\text{m}^2 \\
 g_2 &= 1\,000 + 1\,000 * \frac{0,16}{0,30} + \frac{375}{0,8824} = 1\,958\text{N}/\text{m}^2 \\
 g = g_1 + g_2 &= 5\,400 + 1\,958 = 7\,358\text{N}/\text{m}^2
 \end{aligned}$$



Pour la zone de palier, on a $g_0=25\,000*0,18+g_2$
 $= 6\,458\text{N/m}^2$

Combinaison fondamentale ELU : $\frac{1,35*\frac{(7\,358*3+6\,458*1,1)}{2}+1,5*2\,500*4,1}{1,5*4,1}=5\,703\text{N/m}$

Le chargement est lu sur la figure ci-dessous :



Moment ELU :

$$M_u = 1,35 \left[\frac{g_0 * L_2^2}{2} + \frac{g * L_1^2}{8} \right] + \frac{1,5qL^2}{8}$$

$$= 1,35 * (0,5 * 6\,458 * 1,1^2 + 0,125 * 7\,358 * 3^2) + 0,125 * 1,5 * 2\,500 * 4,1^2$$

$$= 1,35 * 12\,184,84 + 1,5 * 5\,253,125$$

$$= 24\,330\text{kN}$$

Moment ELS:

$$M_{ser} = \frac{g_0 * L_2^2}{2} + \frac{g * L_1^2}{8} + \frac{qL^2}{8}$$

$$= 0,5 * 6\,458 * 1,1^2 + 0,125 * 7\,358 * 3^2 + 0,125 * 2\,500 * 4,1^2$$

$$= 17\,438\text{N.m}$$

Les dimensions de l'élément étudié, les sollicitations agissantes maximales, les charges, ainsi que les résistances caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau ci-dessous:

Dimensions			Effets d'actions			Actions		
Notations	Valeurs	Unités	Notations	Valeurs	Unités	Notations	Valeurs	Unités
b	100	cm	N_{ELS}	0	N	q	2 500	N.m^{-2}
h	12	cm	N_{ELU}	0	N	g	7 358	N.m^{-2}
dp	0	cm	$M_{ELS,car}$	17 438	N.m	Résistances caractéristiques		
dt	2	cm	M_{ELU}	24 330	N.m	f_{ck}	25	MPa
L	410	cm	(Valeurs maximales)			f_{yk}	500	MPa

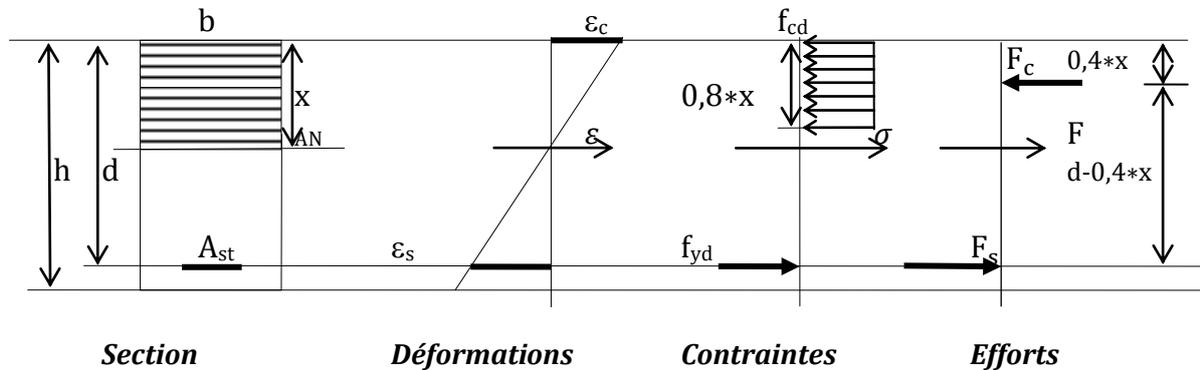
Les valeurs des charges réparties, ainsi que les sollicitations agissantes, prennent en compte la contribution du poids propre de l'élément.

3.3. Dimensionnement des sections béton:

Equations d'équilibre

La figure ci-dessous représente la section de l'escalier, le diagramme des déformations, le diagramme des contraintes et le diagramme des efforts.

La résistance de calcul dans le béton est égale à f_{cd} . La hauteur de béton sous f_{cd} est égale à $0,8 * x$.



On connaît :

- les matériaux : f_{ck}, f_{yk}
- le moment fléchissant : M_{Ed}

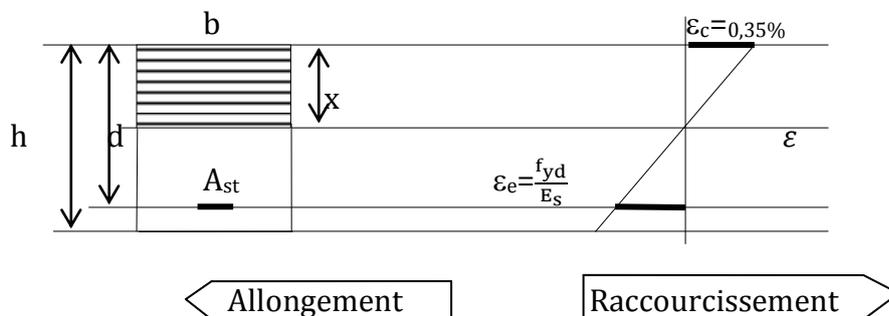
On cherche :

- la largeur de la section : b
- la hauteur de la section : h

La largeur b de l'escalier est donnée par le projet. Elle est prise égale à 1,0m. Il reste à déterminer la hauteur h .

Lorsqu'on dimensionne une section, on cherche à optimiser l'utilisation des matériaux afin d'obtenir la section la plus économique possible.

- ✓ La déformation limite dans le béton $\epsilon_c = \epsilon_{cu3} = 0,35\%$.
- ✓ Lorsque l'acier travaille dans le domaine élastique, la déformation correspondante $\epsilon_s < \frac{f_{yk}}{\gamma_s * E_s}$. Les armatures sont, par conséquent, mal utilisées. On préfère que l'acier travaille dans le domaine plastique, ce que l'on obtient lorsque $\epsilon_s = \epsilon_e = \frac{500}{1,15 * 200\ 000} = 0,2174\%$.



- h : hauteur totale de la section
- d : hauteur utile de la section $d \cong 0,9h$
- x : hauteur de béton comprimé
- A_{st} : section des armatures tendues.

Le moment résistant correspondant est M_{Rd} .

Dans ce cas, l'acier et le béton sont utilisés de façon optimale.

Calcul des déformations et dimensionnement

Dans le domaine plastique, la hauteur de béton comprimé ξ_e est donnée par la relation

$$\xi_e = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

Donc, pour le béton C25/30 et l'acier B500B,

$$\xi_e = \frac{0,35}{0,35 + 0,2174} = 0,61686,$$

$$\mu_e = 0,8 * \xi_e * (1 - 0,4 * \xi_e) = 0,8 * 0,61686 * (1 - 0,4 * 0,61686) = 0,3717.$$

Le moment résistant correspondant

$$M_{Rd} = \frac{f_{ck}}{1,5} * 0,8 * x * b * (d - 0,4x) = \frac{f_{ck}}{1,5} * 0,8 * 0,61686 * d * b * (d - 0,4 * 0,61686 * d) = 0,2478 * b * d^2 * f_{ck}.$$

Pour déterminer d de façon à optimiser la section, on prend $M_{Ed} = M_{Rd}$.

De l'égalité $M_u = 0,2478 * b * d^2 * f_{ck}$, on tire $d^2 = \frac{M_{Ed}}{0,2478 * b * f_{ck}} = \frac{24\ 330\ 000}{0,2478 * 1\ 000 * 25} = 3\ 927$.

On obtient $d = \sqrt{3\ 927} = 63\text{mm} = 6\text{cm}$ ($d_{supposée} \cong h - c_{nom} - \frac{\phi}{2} = 105\text{mm}$)

La hauteur utile calculée est inférieure à la hauteur utile supposée. L'hypothèse de l'épaisseur de paillasse égale à 12cm est économique.

On choisit $h = 12\text{cm}$.

La hauteur utile d est donnée par $d = h - c_{nom} - \frac{\phi}{2} = 120 - 10 - \frac{10}{2} = 105\text{mm}$

On prend $d = 105\text{mm}$.

3.4. Dimensionnement des sections acier

On connaît :

- les dimensions de l'escalier : b et h
- les caractéristiques des matériaux : f_{cd} et f_{yd}
- le moment fléchissant agissant : M_{Ed}

On cherche :

- la section d'armatures : A_s
- la position de l'axe neutre : x

Les équations qui permettent de lever ces inconnues sont les équations d'équilibre en efforts et en moments, par application du principe fondamental de la statique dans la section :

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \Leftrightarrow A_s * f_{yd} - 0,8 * x * b * f_{cd} = 0 \\ \sum M_{CdG} \text{ aciers tendus} = 0 & \Leftrightarrow 0,8 * x * b * f_{cd} * (d - 0,4 * x) = M_{Rd} \end{aligned}$$

L'article 6.4.2 de la norme NF EN 1992-1-1 relatif au principe général de vérification des constructions impose que $M_{Ed} \leq M_{Rd}$. Pour éviter d'écrire des inéquations et alourdir les notations, on considère pour la suite que $M_{Ed} = M_{Rd}$.

Soit ξ la hauteur relative de béton comprimé : $\xi = \frac{x}{d}$.

En remplaçant x par $d * \xi$ dans l'équation au moment, il vient

$$0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi) * d^2 * b * f_{cd} = M_{Ed}$$

En prenant $\mu = 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)$, l'équation au moment s'écrit $\mu * d^2 * b * f_{cd} = M_{Ed}$.

On appelle μ , le moment réduit ; il est le premier paramètre à calculer car il ne contient que des données connues :

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{d^2 * b * f_{cd}} ; \mu = \frac{24\,330\,000 * 1,5}{105^2 * 1\,000 * 25} = 0,1324$$

La hauteur relative de béton comprimé, ξ , est calculée en fonction de μ par la résolution de l'équation du second degré $\mu = 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)$; $\xi = 1,25 * [1 - \sqrt{(1 - 2\mu)}]$; $\xi = 0,1782$.

La section d'armatures est déduite de l'équation d'équilibre en effort normal :

$$A_s = \frac{0,8 * x * b * f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} * (d - 0,4 * x)} = \frac{M_{Ed}}{d * f_{yd} * (1 - 0,4 * \xi)}$$

Calcul des sections d'armatures :

Armatures de flexion à mi-portée :

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{d * f_{yd} * (1 - 0,4 * \xi)} = \frac{24\,330\,000 * 1,15}{105 * 500 * (1 - 0,4 * 0,1782)} = 574 \text{ mm}^2 \text{ à distribuer sur les } 1\,000 \text{ mm.}$$

Théoriquement 6HA12 suffiraient ; et l'espacement minimal serait largement respecté. Il faut placer 8HA10 par mètre, ce qui correspond à une section réelle de 628 mm^2 et un espacement $e = 14 \text{ cm}$. Ainsi, $100 = 1 + 14 * 7 + 1$; il reste 1 cm de chaque côté. Ces armatures couvriront toute la portée de l'escalier.

Armatures de flexion sur appui :

Sur l'appui de l'escalier, (en section supérieure), la section des armatures de flexion doit être supérieure à $0,2 * 628 = 126 \text{ mm}^2$. On choisit 8HA10 à distribuer sur les 100 cm , ce qui correspond à une section réelle de 628 mm^2 et un espacement $e = 14 \text{ cm}$. Ces armatures couvriront toute la portée de l'escalier.

Armatures d'effort tranchant :

Conformément à l'article 6.2.2 de la norme NF EN 1992-1-1, les éléments pour lesquels aucune armature d'effort tranchant n'est requise doivent vérifier l'inégalité suivante :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = (\text{Max}\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{\min}\} + k_1 * \sigma_{cp}) * b_w * d \quad \text{avec}$$

Paramètres	Commentaires	Valeur
$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$	$\gamma_c = 1,5$ pour les situations de projet durables (en service) et transitoires (phase travaux) et $\gamma_c = 1,2$ pour les situations de projet accidentelles	$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$
$k = \min\{1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2\}$	d, hauteur utile en mm ; d=105mm	$k = \min\{2,4; 2\} = 2$
$\rho_L = \min\{\frac{A_{sL}}{b_w * d}; 0,02\}$	A_{sL} est la section d'armatures longitudinales à une distance d de la section considérée en direction de l'extrémité de la barre ; $\frac{A_{sL}}{b_w * d} = \frac{2 * 628}{(1000 * 120)} = 8 * 10^{-3}$	$\rho_L = \min\{0,01; 0,02\} = 0,01$
$v_{\min} = 0,035 * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$	k est le coefficient ci-dessus et f_{ck} la résistance caractéristique en compression du béton en MPa	$f_{ck} = 25$
	$v_{\min} = \frac{0,34}{\gamma_c} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ sur les dalles bénéficiant d'un effet de redistribution transversale	-
	$v_{\min} = \frac{0,053}{\gamma_c} * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ pour les poutres, et pour les dalles autres que celles ci-dessus	$v_{\min} = 0,5$
$v_{\min} = \frac{0,35}{\gamma_c} * f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ pour les voiles		-
$k_1 = 0,15$	Pour la prise en compte d'un effort normal éventuel	-
$\sigma_{cp} = \min\{\frac{N_{Ed}}{A_c}; 0,2 * f_{cd}\}$	N_{Ed} est l'effort normal agissant dans la section droite, dû aux charges extérieures appliquées et/ou à la précontrainte, en Newton A_c est l'aire de la section droite du béton, en mm ²	-

$$\begin{aligned}
 V_{Ed} \leq V_{Rd,c} &= (\text{Max}\{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_L * f_{ck})^{\frac{1}{3}}; v_{\min}\}) * b_w * d \\
 &= (\text{Max}\{0,12 * 2 * (100 * 0,01 * 25)^{\frac{1}{3}}; 0,5\}) * 1\,000 * 105 \\
 &= (\text{Max}\{0,12 * 2 * 2,924; 0,5\}) * 1\,000 * 105 = (\text{Max}\{0,702; 0,5\}) * 1\,000 * 105 \\
 &= 0,702 * 1\,000 * 105 \\
 &= 73\,685\text{N}
 \end{aligned}$$

$$V_{Ed} = \frac{q * l_n}{2} = \frac{5\,703 * 3}{2} = 8\,555\text{N}$$

L'effort tranchant agissant ne dépasse pas l'effort tranchant résistant ($V_{Ed} < V_{Rd,c}$).
Il n'est pas nécessaire de prévoir des armatures d'effort tranchant. Néanmoins, une armature minimale est requise.

Il faut placer, perpendiculairement à chacun des lits, 7HA8 d'armatures transversales, qui serviront d'armatures de montage.

Plan de ferrailage:

On dessine la coupe longitudinale de l'axe de l'escalier. Cette coupe montre également les armatures supplémentaires destinées à protéger les marches.