

Projet : Construction d'une maison résidentiel
à 2 niveaux (R+1)

Localisation : Secteur de Gisenyi
District de Rubavu
Province de l'Ouest

Propriétaire: Rwagasore Dieudonée

Document : Note de calcul du béton armé

Mai 2018

Marche à suivre

1. Généralités
 2. Calcul du plancher (dalle)
 3. Calcul des poutres
 4. Calcul des poteaux
 5. Calcul de la fondation
 6. Calcul de l'escalier
-

Généralités

Les éléments de calcul figurant dans cette note et les règles de calcul du béton armé sont conformes aux règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé, suivant la méthode des états limites (BS 8110).

1. Définitions et principe des justifications

1.1. Domaine d'application des règles

Les règles de calcul B.S sont applicables à tous les ouvrages et constructions en béton armé dont le béton est constitué de granulats naturels normaux avec un dosage en ciment au moins égal à 300kg/m^3 de béton mis en œuvre.

On distingue les constructions courantes, les constructions industrielles et les constructions spéciales.

Dans les constructions courantes, les charges d'exploitation sont dites modérées et sont au plus égales à deux fois celles des charges permanentes ou à 5000N/m^2 .

Les constructions suivantes entrent normalement dans cette catégorie :

- ✓ les bâtiments à usage d'habitation ou d'hébergement
- ✓ les bâtiments à usage de bureau
- ✓ les constructions scolaires
- ✓ les constructions hospitalières

Dans les constructions industrielles, les charges d'exploitation sont relativement élevées et sont supérieures à deux fois celles des charges permanentes ou à 5000N/m^2 .

Les constructions suivantes entrent normalement dans cette catégorie :

- ✓ les bâtiments industriels (usines, ateliers, etc.)
- ✓ les entrepôts.

Dans les constructions spéciales, certaines parties de la structure peuvent être assimilées à des éléments de constructions courantes, d'autres à des éléments de constructions industrielles.

Les constructions suivantes restent en dehors du domaine d'application des règles de calcul:

- ✓ les constructions en béton non armé ;
 - ✓ les constructions en béton constitué de granulats légers ;
 - ✓ les structures mixtes acier-béton ;
-

- ✓ les éléments soumis à des températures s'écartant de celles qui résultent des seules influences climatiques (caissons de pile atomique).

1.2. Principe des justifications

Les calculs justificatifs sont conduits suivant la théorie des états limites. Un état limite est celui pour lequel une condition requise d'une construction est strictement satisfaite et cesserait de l'être en cas de modification défavorable d'une action.

On distingue les états limites ultimes (E.L.U.) et les états limites de service (E.L.S.)

Les états limites ultimes correspondent à la limite :

- ✓ soit de l'équilibre statique ;
- ✓ soit de la résistance de l'un des matériaux acier ou béton (E.L.U.R.);
- ✓ soit de la stabilité de forme (E.L.U.S.F.)

Les états limites de service sont définis compte tenu des conditions d'exploitation ou de durabilité. On distingue :

- les états limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure :
 - * état limite de compression du béton ;
 - * état limite d'ouverture des fissures.
- les états limites de service vis-à-vis des déformations.

La méthode de calcul aux états limites est une méthode de calcul semi-probabiliste avec coefficients de sécurité partiels. On applique des coefficients de sécurité aux valeurs caractéristiques de résistance des matériaux ainsi qu'aux actions qui s'exercent sur la structure.

Si l'on se limitait à des calculs à la rupture, en affectant des coefficients de sécurité aux actions, on ne pourrait se rendre compte du comportement de l'ouvrage en service vis-à-vis des déformations, de la contrainte maximale de compression du béton ou de l'ouverture des fissures. Il faut donc, en plus du calcul à la rupture, limiter les contraintes dans les éléments de la structure aux valeurs fixées par le règlement.

Le mixage entre ces deux approches conduit à la méthode de calcul aux états limites.

2. Actions et sollicitations

2.1. Actions

Les trois types d'actions appliquées à une structure sont les actions permanentes, les actions variables et les actions accidentelles

Les **actions permanentes**, notées G , représentent des actions dont l'intensité est constante ou très peu variables dans le temps. Elles comprennent notamment :

- ✓ le poids propre de la structure ;
- ✓ le poids propre des éléments fixes ;
- ✓ les effets dus à des terres ou des liquides dont les niveaux varient peu.

Les **actions variables**, notées Q , représentent des actions dont l'intensité varie fréquemment et de façon très importante dans le temps.

Les **actions accidentelles** proviennent des phénomènes rares et ne sont à considérer que si les documents d'ordre public ou le marché les prévoient. Elles comprennent notamment :

- ✓ les chocs de véhicule ou de bateaux sur les appuis de ponts ;
- ✓ les séismes ;
- ✓ les explosions, les chutes de rochers.

2.2. Calcul des sollicitations

Les sollicitations sont les efforts (effort normal et effort tranchant) et les moments (moment fléchissant et moment de torsion) calculés à partir des actions par des méthodes appropriées.

2.2.1. Notations

On considère les actions suivantes :

G_{\max} : l'ensemble des actions permanentes défavorables

G_{\min} : l'ensemble des actions permanentes favorables

Q_1 : action variable de base

Q_i : autres actions variables d'accompagnement ($i > 1$)

Dans une action donnée, G_{\max} et G_{\min} désignent des actions d'origine et de nature différentes, ce qui exclut de partager une même action permanente entre ces deux parties. En particulier, le poids propre d'une poutre continue est introduit avec le même coefficient sur toute la longueur.

2.2.2. Hypothèses et principe de calcul des sollicitations

Une construction peut être soumise à un grand nombre de combinaisons d'actions dont on retiendra les plus défavorables.

Il faut donc procéder en deux étapes :

- ✓ établir les différentes combinaisons d'actions
- ✓ rechercher la combinaison d'actions la plus défavorable vis-à-vis de l'état limite étudié.

2.2.3. Sollicitations de calcul vis-à-vis des états limites ultimes de résistance

Les sollicitations à considérer résultent des combinaisons d'actions suivantes :

Combinaisons fondamentales $1,35G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1}Q_1 + \sum 1,3\psi_{2i}Q_i$

où γ_{Q1} vaut 1,5 dans le cas général et 1,35 dans les cas suivants :

- ✓ la température
- ✓ les charges d'exploitation étroitement bornées ou de caractère particulier (convois militaires, convois exceptionnels)
- ✓ les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine.

Combinaisons d'actions accidentelles $1,35G_{\max} + G_{\min} + F_A + \psi_{11}Q_i + \sum \psi_{2i}Q_i$

avec F_A : valeur nominale de l'action accidentelle

$\psi_{11}.Q_i$: valeur fréquente d'une action variable

$\psi_{2i}.Q_i$: valeur quasi permanente d'une autre action variable

2.2.4. Sollicitations de calcul vis-à-vis des états limites de service

Les sollicitations de calcul vis-à-vis des états limites de service résultent des combinaisons d'actions suivantes :

Combinaisons rares $G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \psi_{0i}Q_i$

3. Les matériaux acier et béton

Pour pouvoir dimensionner des éléments en béton armé, il est indispensable de connaître le comportement des matériaux acier et béton et d'être capable de les modéliser.

3.1. Modélisation du béton

3.1.1. Résistance caractéristique

Résistance caractéristique à la compression

Pour l'établissement des projets, un béton est défini par une valeur de résistance à la compression à l'âge de 28 jours, dite valeur caractéristique requise et notée f_{c28} .

Résistance caractéristique à la traction

La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours est notée f_{tj} et est conventionnellement définie par la relation suivante : $f_{tj} = 0,6 + 0,06 * f_{cj}$

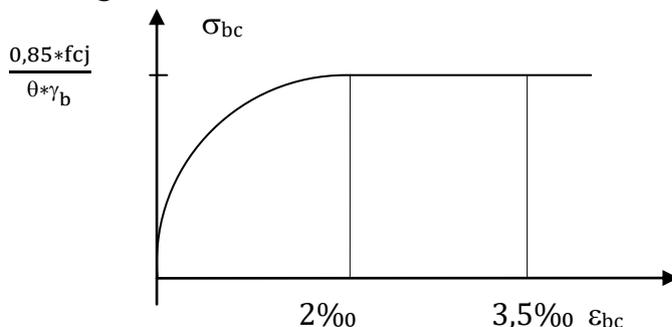
3.1.2. Déformations longitudinales du béton

L'expression ci-dessous permet de déterminer la valeur du module de déformation longitudinale instantanée du béton soumis à des contraintes d'une durée d'application inférieure à 24 heures : $E_{ij} = 11\ 000 * [f_{cj}]^{1/3}$

Sous des contraintes de longue durée d'application, on admet que le module de déformation longitudinale différée est égal à l'expression suivante : $E_{vj} = 3\ 700 * [f_{cj}]^{1/3}$

3.1.3. Diagramme déformations-contraintes

Le diagramme déformations-contraintes du béton pouvant être utilisé lors d'une justification à l'état limite ultime de résistance est le diagramme dit «parabole-rectangle».



Le coefficient γ_b est égal à 1,5 pour les combinaisons fondamentales et à 1,15 pour les combinaisons accidentelles.

Le coefficient θ est fixé à 1 lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'actions considérée est supérieure à 24 heures, à 0,9 lorsque cette durée est comprise entre une heure et 24 heures, et à 0,85 lorsqu'elle est inférieure à une heure.

3.2. Modélisation de l'acier

En génie civil, on rencontre plusieurs types d'armatures : les armatures à haute adhérence et les treillis soudés.

3.2.1. Caractéristiques mécaniques

Le tableau ci-dessous donne les caractéristiques mécaniques des différents types d'armatures.

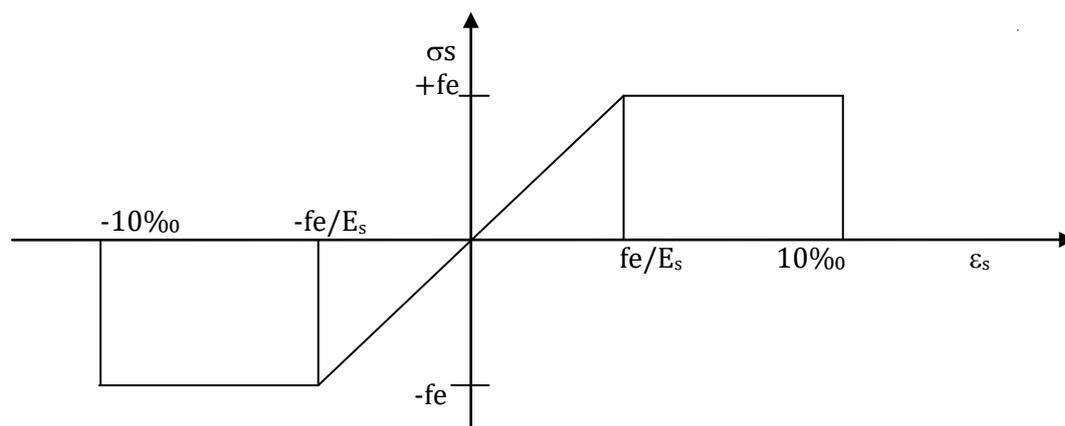
Désignation	Symbole	Nuance Fe E	Limite d'élasticité (MPa)	Résistance à la traction (MPa)	Allongement de rupture (%)
Barres à haute adhérence	HA	400	400	480	14
	HA	500	500	550	12
Treillis soudés	TS	500	500	550	8

3.2.2. Module d'élasticité longitudinale

Le module d'élasticité longitudinale de l'acier est égal à la valeur suivante :
 $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

3.2.3. Diagramme déformation-contraintes

Lors d'une justification à l'état limite ultime, le diagramme déformations-contraintes à considérer est conventionnellement défini ci-dessous :



3.2.4. Caractéristiques géométriques

Barres à haute adhérence

\varnothing (mm)	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Section (mm ²)	28,27	50,27	78,54	113,1	153,94	201,06	314,16	490,87	804,25	1256,64

Poids (kg/m)	0,222	0,395	0,617	0,888	1,208	1,578	2,466	3,854	6,313	9,864
--------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

4. Association acier-béton

4.1. Adhérence des aciers en barres

4.1.1. Contrainte d'adhérence

La liaison entre une armature et le béton est mesurée par la contrainte d'adhérence τ_s définie par la formule suivante :

$$\tau_s = \frac{1 \cdot dF}{u \cdot dx}$$

où $\frac{dF}{dx}$ est la variation par unité de longueur de l'effort axial exercé sur l'armature et u le périmètre utile de l'armature.

4.1.2. Ancrage des aciers en barres

On suppose que la contrainte d'adhérence est constante sur la longueur de l'ancrage et est égale à sa valeur ultime :

$$\tau_{su} = 0,6 * \psi_s^2 * f_{tj}$$

où ψ_s est le coefficient de scellement qui caractérise l'efficacité d'une barre du point de vue de l'adhérence. Il est égal à l'unité pour les barres lisses et à 1,5 pour les armatures à haute adhérence.

Ancrage rectiligne

On considère une armature, de diamètre D , scellée dans un massif de béton et soumise à un effort de traction F_{max} . On note l_s la longueur de scellement droit de la barre.

L'équation d'équilibre de la barre permet de déterminer l'expression de la longueur de scellement droit :

$$\tau_{su} * \pi * D * l_s = f_e * \pi * \frac{D^2}{4}$$

D'où l'on tire $l_s = \frac{f_e * D}{2,4 * \psi_s^2 * f_{tj}}$.

En général, $l_s = 50 * \phi$ est une valeur forfaitaire adoptée pour les aciers HA à défaut de calculs plus précis.

Ancrages courbes

Il est nécessaire de réaliser un ancrage courbe lorsqu'il n'y a pas suffisamment de place pour un ancrage rectiligne. La réalisation d'un ancrage courbe nécessite le façonnage de l'armature.

On définit, pour les armatures à haute adhérence, des crochets aux dimensions fixées appelés crochets normaux, pour lesquels on peut se dispenser d'effectuer un calcul

d'ancrage courbe. Le respect des prescriptions concernant le crochet normal dispense également de vérifier la condition de non-écrasement du béton.

4.1.3. Longueur de recouvrement des armatures tendues

Dans certains cas, pour assurer la continuité de la transmission des efforts, il faut réaliser une jonction par recouvrement entre deux barres identiques sur une certaine longueur appelée «longueur de recouvrement» et notée « L_r ».

Si les barres sont espacées d'une distance « c » inférieure à 5 fois leur diamètre, la longueur de recouvrement est égale à la longueur de scellement droit L_s .

En d'autres termes, si $c < 5\phi$, $L_r = L_s$

Si les barres sont espacées de plus de 5 fois leur diamètre, la transmission de l'effort d'une barre à l'autre se fait à travers des bielles de béton à 45° situées dans le plan des deux barres. La longueur de recouvrement est égale à la longueur de scellement droit plus la distance « c » entre les deux barres.

En d'autres termes, si $c > 5\phi$, $L_r = L_s + c$

4.2. Dispositions constructives diverses

4.2.1. Protection des armatures

Le bon fonctionnement de l'association acier-béton n'est effectif que si les armatures sont correctement enrobées de béton. L'enrobage est défini comme étant la distance de l'axe d'une armature à la paroi la plus voisine diminuée du rayon nominal de cette armature. Un enrobage correct assurera la bonne transmission des efforts du béton aux armatures, l'acier se substituant alors efficacement au béton tendu défailant.

L'enrobage d'une cage d'armatures doit respecter des valeurs minimales qui sont fonction du type d'ouvrage :

$e = 5\text{cm}$ pour les ouvrages à la mer ou exposés aux embruns ou aux brouillards salins, ainsi que pour les ouvrages exposés à des atmosphères agressives.

$e = 3\text{cm}$ pour des parois coffrées ou non qui sont soumises à des intempéries ou des condensations.

$e = 1\text{cm}$ pour des parois situées dans des locaux couverts et clos et qui ne sont pas exposés aux condensations.

4.2.2. Possibilités de bétonnage correct.

L'enrobage de chaque armature est au moins égal à son diamètre si elle est isolée, ou à la largeur du paquet dont elle fait partie dans le cas contraire.

De même, la distance entre 2 armatures doit être au moins égale à leur diamètre si elles sont isolées, ou à la largeur des paquets dont elles font partie dans le cas contraire. En outre, cette distance doit être au moins égale à la dimension du plus gros granulat, c_g , dans la direction verticale et à $1,5c_g$ dans la direction horizontale.

4.2.3. Poussée au vide.

Lorsque des aciers non rectilignes sont en traction, il se développe des contraintes dans le béton avoisinant qui risquent de le faire éclater : c'est le phénomène de poussée au vide. L'armature ne doit pas être placée trop près de la paroi, au risque de la faire éclater; sinon une ligature est mise en place afin d'ancrer la barre dans le béton.

5. Descriptif sommaire

Terrassements

Une plateforme est réalisée au niveau de -0,80m. Le fond de fouille est réalisé au niveau minimal de -1,60m ; il doit toujours être dans la même nature de sol. Les déblais sont stockés sur place et réutilisés pour le remblayage. Ils sont mis en œuvre par couches successives compactées de 0,20m.

Fondations

Un béton de propreté d'une épaisseur minimale de 5cm est systématiquement mis en place.

Les fondations sont ensuite coulées en pleine fouille. Elles sont constituées par des semelles isolées réalisées avec un béton dosé à 350kg/m³ de ciment CEM I 32,5. La dimension des semelles est déterminée en fonction des charges à supporter et de la contrainte de rupture du sol, qui est de 1,5MPa à 1,60m sous le niveau du terrain naturel.

Des semelles isolées sont également prévues sous l'escalier, qui est intérieur par rapport au bâtiment.

Tous les murs sont en maçonnerie et reposent sur des longrines en béton armé dosé à 350kg/m³ de CEM I 32,5.

Superstructure

L'ensemble des poteaux de section carrée qui reprennent les charges de l'étage sont réalisés avec un béton dosé à 350kg/m³ de CEM I 32,5.

Le plancher est coulé dans des coffrages en bois bien raboté. L'épaisseur totale est de 12cm avant finition lissée.

Les dimensions des poutres sont à définir en fonction des descentes de charges. L'ensemble des porteurs horizontaux et/ou verticaux est réalisé à partir du béton B25. Les armatures utilisées sont toutes de nature haute adhérence Fe E 400.

La façade est en maçonnerie de briques pleines de 0,20m, hourdées au mortier de ciment.

La liaison entre le rez-de-chaussée et l'étage est assurée par un escalier droit en béton armé à palier intermédiaire unique.

Enveloppe

La toiture est constituée par une couverture en tôles autoportants d'acier galvanisées et d'une charpente métallique composée de tubes rectangulaires de 60*40*2mm assemblés par soudure.

Les façades sont enduites d'un mortier de ciment. Les menuiseries extérieures sont en acier et recouvertes d'un couche de peinture antirouille et de 2 couches de finition.

Finition

Des chapes lissées ordinaires sont réalisées dans tous les locaux. Toutes les parois, ayant reçu 3 couches de peinture, sont de finition soignée.

Eléments d'étude du béton

Quelle que soit l'utilisation du béton, les caractères suivants sont spécifiés :

- ✓ La résistance à la compression à 28 jours est au moins égale à 25MPa.
- ✓ La consistance du béton frais est plastique. Elle est déterminée par l'essai d'affaissement au cône d'Abrams (slump test).
- ✓ La dimension maximale des granulats ne peut dépasser 20mm.
- ✓ Le dosage minimal de ciment est 350kg/m³ de béton mis en œuvre.
- ✓ La classe du ciment utilisé est CEM I 32,5.

L'exécutant des travaux est tenu d'établir un dossier d'étude des bétons comportant les renseignements suivants :

- ✓ La provenance des granulats.
 - ✓ La nature, la classe et la provenance du ciment.
 - ✓ L'analyse de l'eau, si celle-ci ne provient pas du réseau public, ou n'est pas potable.
 - ✓ Le dosage des constituants du béton : ciment, eau, granulats (fillers, sables, gravillons, cailloux, etc.).
 - ✓ La description des moyens de fabrication du béton.
 - ✓ La description du mode de mise en place du béton.
-

6. Définition du projet

6.1. Données architecturales

L'étude d'un bâtiment (ou de toute structure en béton armé) se fait en plusieurs étapes :

- ✓ au stade de la conception, dimensionnement des éléments de la structure par l'architecte, appelé aussi maître d'œuvre
- ✓ au stade du chiffrage des quantités de béton, coffrages et aciers, dimensionnement ou vérification du dimensionnement précédent par l'entreprise ;
- ✓ justifications des dimensions retenues et réalisation des plans de coffrage et de ferrailage qui permettront la réalisation de l'ouvrage.

La présente étude a pour mission:

- ✓ d'assurer le conseil du maître d'œuvre pour le dimensionnement de la structure ;
- ✓ de faire les calculs de la structure en vue de la réalisation des plans de coffrage et de ferrailage.

Les plans de détail du projet (rez-de-chaussée, étage et coupe verticale) ont été fournis par l'architecte.

Le revêtement de la face inférieure de la dalle, appelé aussi revêtement léger, est constitué par une couche de ciment lissé sur un ragréage de 15mm. Il a une épaisseur totale de 20mm et un poids de 100N/m².

Le revêtement de la face supérieure de la dalle, appelé aussi revêtement lourd, est constitué par un carrelage de 20mm d'épaisseur posé sur 40mm de chape en ciment.

Dimensions en mm		Etage	Rdc
Hauteur d'étage	h_0	3 500	3 200
Hauteur libre sous plafond	h_1	3 000	2 680
Epaisseur du revêtement lourd	h_2	60	60
Epaisseur revêtement léger	-	-	20
Epaisseur faux-plafond	h_3	40	40
Hauteur limite des poutres $h_0-h_1-h_2-h_3=h_4$	h_4	400	400

Conformément aux habitudes internationales, nous nous proposons de coter en mm.

6.2. Données techniques

6.2.1. Hypothèses de base

Règlement de calcul	
Résistance caractéristique du béton	$f_{c28}=25\text{MPa}$
Limite élastique des aciers	$f_e=460\text{MPa}$
Contrainte ultime du sol	$q_u=1,5\text{MPa}$
Contrainte de calcul du béton à l'ELU	$\sigma_{bu} = \frac{0,85*f_{c28}}{1,5}=14,17\text{MPa}$
Contrainte de calcul de l'acier à l'ELU	$\sigma_{su} = \frac{f_e}{1,15}=347,8\text{MPa}$
Longueur de recouvrement des aciers	$L_d= 50$ diamètres
Fissuration	Peu préjudiciable (FPP)
Enrobage des aciers	20mm

6.2.2. Charges permanentes

Les charges permanentes sont obtenues à partir des dimensions géométriques des éléments et des ouvrages, déduites des plans et du poids volumique des matériaux les constituant.

Charges permanentes	Poids volumique (N/m ³)	Epaisseurs (m)	Charges (N/m ²)
Béton armé	25 000	Variable	-
Chape de mortier	20 000	Variable	-
Enduit	18 000	Variable	-
Carrelage	20 000	0,02	400
Faux-plafond	-	-	200
Moquette	-	-	100

6.2.3. Charges d'exploitation

On prendra comme charge d'exploitation, le maximum de
3 500N/m² pour les bureaux;
3 500N/m² pour les circulations et escaliers

6.2.4. Vent

L'action du vent n'est pas à prendre en compte car la hauteur du bâtiment est inférieure à 10 mètres.

Calcul du plancher (dalle)

1. Hypothèses de calcul :

Le plancher est une dalle pleine en béton armé entièrement encastrée dans des poutres croisées orthogonalement. On étudie une portion limitée par le plancher. Cette portion est une dalle rectangulaire encastrée sur son contour et ayant les dimensions, mesurées entre axes des appuis, ci-après : $l_x=4,0\text{m}$, $l_y= 4,40\text{m}$ et $h=0,12\text{m}$ (à justifier).

L'hypothèse d'une dalle portant dans deux directions est utilisée, puisque les dimensions de la partie de dalle satisfont la relation : $0,4 \leq \frac{l_x}{l_y} \leq 1$.

2. Détermination des actions par unité de surface :

On considère une portion de plancher ayant une largeur de 1m, une longueur de 1m et une épaisseur de 0,12m. La portion de plancher est sollicitée par les chargements ci-dessous :

Description	Epaisseur (m)	Poids volumique (N/m ³)	Poids surfacique (N/m ²)
Revêtement face inférieure	0,02	20 000	400
Dalle béton armé	0,12	25 000	3 000
Revêtement face supérieure	0,06	20 000	1 200
Faux-plafond	-	-	200
TOTAL G			4 800
Surcharge Q			1 500

3. Combinaisons d'actions :

$$\begin{aligned} \text{A l'ELU} & : p_u = 1,4*G+1,6*Q = 1,4*4\ 800+1,6*1\ 500 = 8\ 730\text{N/m}^2 \\ \text{A l'ELS} & : p_{ser} = G+Q = 4\ 800+1\ 500 = 6\ 300\text{N/m}^2 \end{aligned}$$

4. Calcul des sollicitations :

4.1. Principe

Les dalles rectangulaires encastrées sur leur contour sont calculées à la flexion sur base des efforts qui s'y développeraient si elles étaient articulées sur leur contour. Les moments fléchissants maximaux calculés dans l'hypothèse de l'articulation peuvent être réduits de 15% à 25%, selon les conditions d'encastrement.

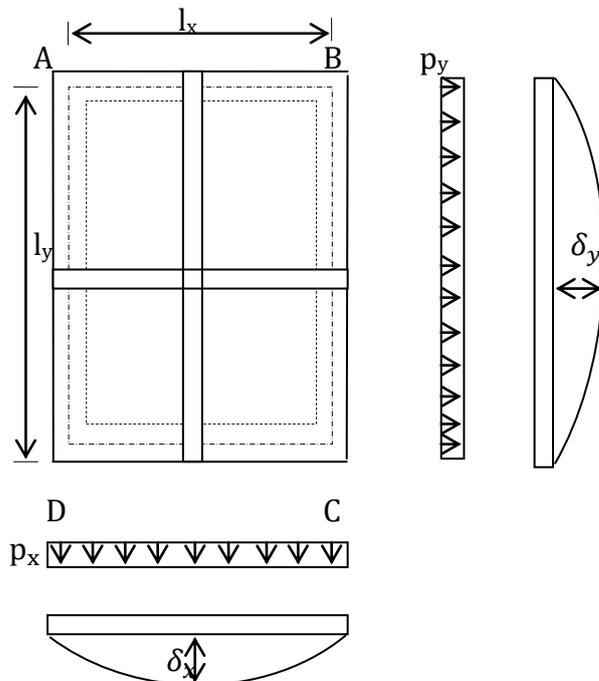
Sur la base de ce principe, posons p , la charge unitaire uniformément répartie par unité d'aire et couvrant entièrement la dalle appuyée sur 4 côtés et articulée sur son contour. La méthode d'analyse d'une telle structure a été proposée par Rankine-Grashoff.

Celui-ci considère qu'une dalle portant dans deux directions est constituée par une série de bandes interconnectées, comme cela est montré par la figure ci-dessous.

Ces bandes sont considérées comme des poutres de 1 mètre de largeur, qui transfèrent les charges vers les appuis respectifs. Il est d'abord fait abstraction de la torsion. La charge totale est distribuée sur les bandes suivant les charges partielles p_x et p_y .

Au point O, milieu de la dalle, la flèche créée par la charge p_y , en l'occurrence δ_y , est égale à la flèche créée par la charge p_x , en l'occurrence δ_x .

L'égalité des deux flèches est donnée par la relation
$$\frac{5}{384} \frac{p_x l_x^4}{EI_x} = \frac{5}{384} \frac{p_y l_y^4}{EI_y}$$



Posant $I_x = I_y$ et $p_x + p_y = p$, on obtient $p_x l_x^4 = p_y l_y^4$

Cette égalité peut s'écrire sous forme des deux rapports suivants :

$$\frac{p_x}{p_y} = \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4 \quad \text{et} \quad \frac{p_x + p_y}{p_y} = \frac{l_x^4 + l_y^4}{l_x^4}$$

De ces deux rapports, on tire $p_x = \frac{p \cdot l_y^4}{l_x^4 + l_y^4}$ et $p_y = \frac{p \cdot l_x^4}{l_x^4 + l_y^4}$.

Le moment fléchissant développé au centre de la dalle a pour expression : $M = \frac{1}{8} p l^2$;

✓ dans le sens de la portée l_x
$$M_x = \frac{1}{8} * \frac{p * l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} * l_x^2 = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4} * p * l_x^2.$$

✓ dans le sens de la portée l_y
$$M_y = \frac{1}{8} * \frac{p * l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} * l_y^2 = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4} * p * l_x^2.$$

Les valeurs des moments fléchissants M_x et M_y sont à multiplier par $1 - \frac{5}{6} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}$, coefficient de réduction tenant compte de la torsion.

4.2. Méthode de calcul

On commence par calculer les valeurs des coefficients μ_x et μ_y .

Utilisant le rapport $r = \frac{l_y}{l_x} = \frac{440}{400} = 1,1$, on trouve

$$\alpha_x = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}; \alpha_x = 0,0743 \quad \text{et} \quad \alpha_y = \frac{1}{8} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}; \alpha_y = 0,0614.$$

Le coefficient de réduction tenant compte de la torsion $\beta = 1 - \frac{5}{6} * \frac{\left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2}{1 + \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4}$; $\beta = 0,5908$;

On pose $\mu_x = \alpha_x * \beta = 0,0439$ et $\mu_y = \alpha_y * \beta = 0,0363$.

Moments en travée :

Les moments fléchissants développés au centre de la dalle ont pour expressions :

$$\begin{aligned} M_{tx} &= 0,75 \mu_x p l_x^2 && \text{dans le sens de la portée } l_x \\ M_{ty} &= 0,75 \mu_y p l_x^2 && \text{dans le sens de la portée } l_y \end{aligned}$$

A'ELU :

$$\begin{aligned} M_{ux} &= \mu_x p_u l_x^2 &= 0,75 * 0,0439 * 8\,730 * 4,0^2 &= 4\,597 \text{ N.m} \\ M_{uy} &= \mu_y p_u l_x^2 &= 0,75 * 0,0363 * 8\,730 * 4,0^2 &= 3\,799 \text{ N.m} \end{aligned}$$

A'ELS :

$$\begin{aligned} M_{serx} &= \mu_x p_{ser} l_x^2 &= 0,75 * 0,0439 * 6\,300 * 4,0^2 &= 3\,317 \text{ N.m} \\ M_{sery} &= \mu_y p_{ser} l_x^2 &= 0,75 * 0,0363 * 6\,300 * 4,0^2 &= 2\,742 \text{ N.m} \end{aligned}$$

Moments sur appuis :

Les moments fléchissants développés aux appuis de la dalle ont pour expressions :

$$\begin{aligned} M_{ax} &= 0,5 \mu_x p l_x^2 && \text{dans le sens de la portée } l_x \\ M_{ay} &= 0,5 \mu_y p l_x^2 && \text{dans le sens de la portée } l_y \end{aligned}$$

A'ELU :

$$\begin{aligned} M_{ux} &= 0,5 \mu_x p_u l_x^2 &= 0,5 * 0,0439 * 8\,730 * 4,0^2 &= 3\,065 \text{ N.m} \\ M_{uy} &= 0,5 \mu_y p_u l_x^2 &= 0,5 * 0,0363 * 8\,730 * 4,0^2 &= 2\,533 \text{ N.m} \end{aligned}$$

A'ELS :

$$M_{serx} = 0,5\mu_x p_{ser} l_x^2 = 0,5 * 0,0439 * 6\,300 * 4,0^2 = 2\,211 \text{ N.m}$$

$$M_{sery} = 0,5\mu_y p_{ser} l_x^2 = 0,5 * 0,0363 * 6\,300 * 4,0^2 = 1\,828 \text{ N.m}$$

Ces moments portent sur une longueur de 1 mètre.

Les dimensions de l'élément étudié, les sollicitations agissantes maximales, les charges, ainsi que les résistances caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Dimensions			Sollicitations			Chargement		
Notatio	Valeur	Unité	Notation	Valeur	Unité	Notation	Valeur	Unité
b	100	cm	N_{ser}	0	N	p_{ser}	6 300	N.m^{-1}
h=d+dt	12	cm	N_u	0	N	p_u	8 730	N.m^{-1}
dp	0	cm	M_{ser}	3 317	N.m	Résistances caractéristiques		
dt	2	cm	M_u	4 597	N.m	f_{c28}	25	MPa
(Sollicitations maximales)						f_e	400	MPa

Les valeurs des charges réparties, ainsi que les sollicitations agissantes, prennent en compte la contribution du poids propre de l'élément.

5. Dimensionnement des sections béton :

5.1. Choix de l'état limite dimensionnant

Le choix entre ELU et ELS pour dimensionner la section d'acier dépend du type de fissuration. La fissuration est définie en fonction des caractéristiques d'exposition :

Lorsque l'élément à étudier

- ✓ est amené à être en contact avec de l'eau, la fissuration est préjudiciable (FP)
- ✓ se trouve dans un milieu agressif, la fissuration est très préjudiciable (FTP)
- ✓ se situe à l'intérieur d'un bâtiment, la fissuration est peu préjudiciable (FPP)

Le choix de l'état limite dimensionnant s'inspire du tableau ci-dessous :

Type de fissuration	FPP	FP	FTP
Dimensionnement	ELU	ELU (ou ELS)	ELS
Vérification	ELS	ELS (ou ELU)	Inutile

5.2. Dimensionnement aux états limites ultimes ou règle des trois pivots

Les trois pivots A, B et C correspondent aux déformations limites fixées pour les matériaux acier et béton. Ils permettent de définir trois domaines dans lesquels peut se trouver la droite des déformations d'une section.

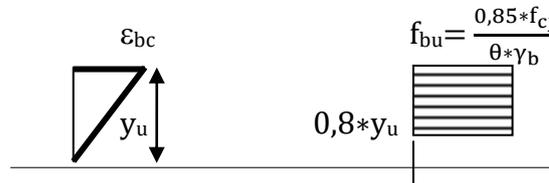
Domaine 1 : flexion simple ou composée ; allongement maximal de l'acier sans épuisement de la résistance du béton.

Domaine 2 : flexion simple ou composée ; épuisement de la résistance du béton sur la

fibre la plus comprimée.

Domaine 3 : section entièrement comprimée.

Lorsque la section considérée n'est pas entièrement comprimée, on peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié défini par la figure ci-dessous.



Ce modèle permet de simplifier notablement les équations d'équilibre.

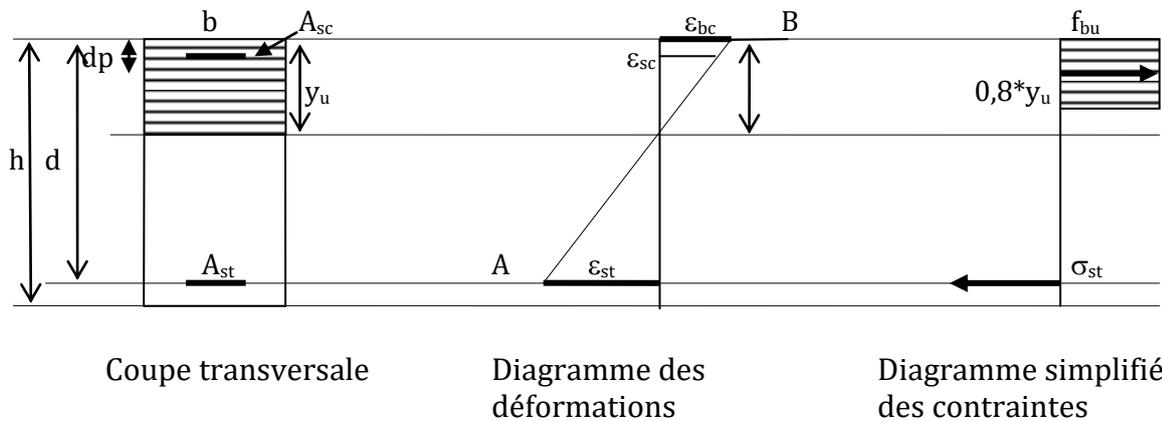
Equations d'équilibre

La figure ci-après représente la coupe verticale d'une dalle de section rectangulaire, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes.

Le principe fondamental de la statique permet de déterminer 2 équations d'équilibre suivantes :

$$0,8*b*y_u*f_{bu} + A_{sc}*\sigma_{sc} - A_{st}*\sigma_{st} = 0 \quad (1)$$

$$0,8*b*y_u*f_{bu}*(d - 0,4*y_u) + A_{sc}*\sigma_{sc}*(d - dp) = M_{ur} \quad (2)$$



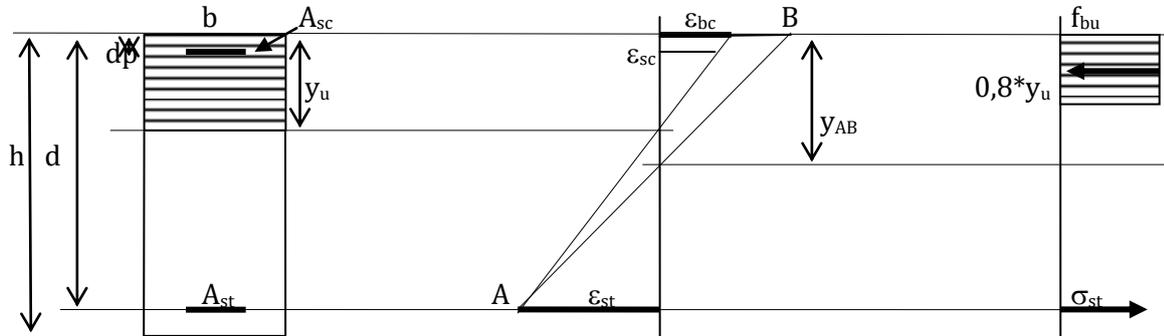
Les inconnues sont les suivantes : y_u , σ_{sc} et σ_{st}

En flexion simple, la règle des trois pivots impose que la droite des déformations passe par l'un des deux points A et B. L'hypothèse faite sur l'un des deux pivots permet de déterminer les valeurs des contraintes σ_{sc} et σ_{st} , qui dépendent des valeurs des déformations.

Prenons l'exemple de l'acier comprimé : si $\epsilon_{sc} < \frac{f_{su}}{E}$, alors $\sigma_{sc} = \epsilon_{sc} * E_s$
 si $\epsilon_{sc} > \frac{f_{su}}{E}$, alors $\sigma_{sc} = f_{su}$

Le choix d'un pivot fixe la valeur d'une déformation : on étudie les cas des pivots A et B.

Cas du pivot A



Coupe transversale

Diagramme des déformations

Diagramme simplifié des contraintes

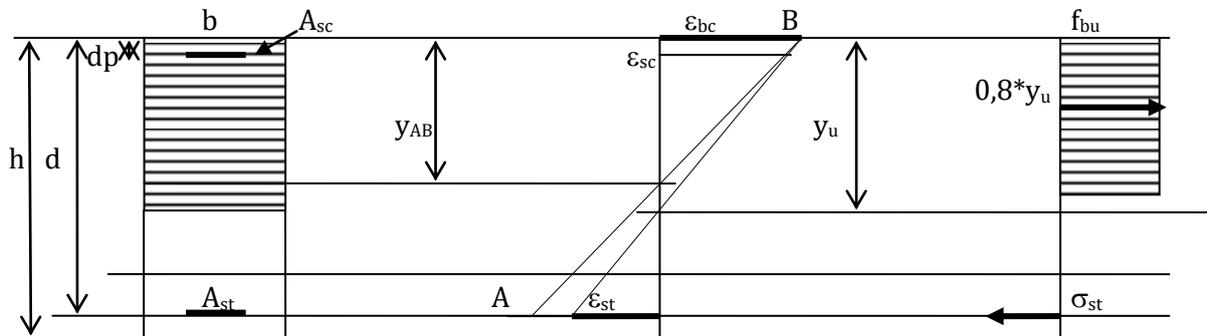
Les expressions des déformations sont les suivantes :

$$\epsilon_{bc} = \frac{1\% \cdot y_u}{d - y_u}$$

$$\epsilon_{sc} = \frac{1\% \cdot (y_u - dp)}{d - y_u}$$

$$\epsilon_{st} = 1\%$$

Cas du pivot B



Coupe transversale

Diagramme des déformations

Diagramme simplifié des contraintes

Les expressions des déformations sont les suivantes :

$$\epsilon_{bc} = 0,35\%$$

$$\epsilon_{sc} = \frac{0,35\% \cdot (y_u - dp)}{y_u}$$

$$\epsilon_{st} = \frac{0,35\% \cdot (d - y_u)}{y_u}$$

5.3. Dimensionnement au pivot A

L'élément à étudier se trouve à l'intérieur d'un bâtiment ; la fissuration est jugée peu préjudiciable. Le dimensionnement se fait à l'ELU, la vérification à l'ELS.

On connaît :

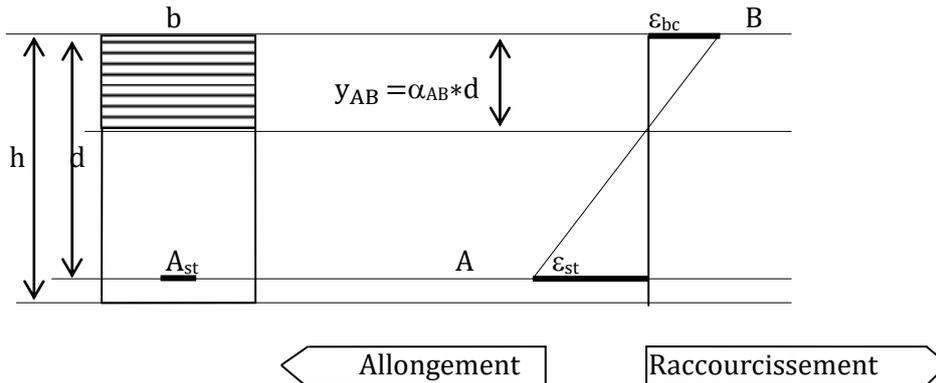
- les matériaux : f_{c28}, f_e
- le moment fléchissant : M_u

On cherche :

- les dimensions b et h de la section

La largeur b de la dalle est prise égale à 1m. Il reste à déterminer la hauteur h .

Lorsqu'on dimensionne une section, on cherche à optimiser l'utilisation des matériaux afin d'obtenir la section la plus économique possible. L'on tire le meilleur parti des matériaux quand le diagramme de déformation de la section passe par les points A et B. Le moment résistant correspondant est M_{AB} .

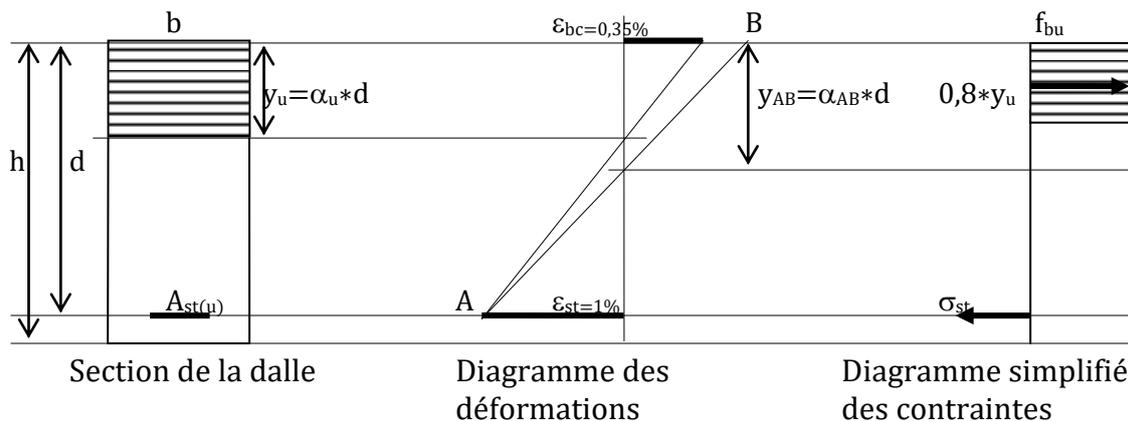


- h : hauteur totale de la section
- y_{AB} : hauteur de béton comprimé
- d : hauteur utile de la section $d \cong 0,9h$
- A_{st} : section des armatures tendues.

Dans ce cas, l'acier et le béton sont utilisés de façon optimale.

Equations d'équilibre et dimensionnement :

La figure ci-dessous représente la coupe verticale de la dalle, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes.



La hauteur de béton tendu y_{AB} est donnée par la relation suivante :

$$\frac{y_{AB}}{3,5} = \frac{d}{3,5+10} ; \quad \Rightarrow y_{AB} = 0,259d.$$

$$\begin{aligned} \text{Le moment résistant } M_{AB} &= \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{1,5} * 0,8 * y_{AB} * b * (d - 0,4 y_{AB}) \\ &= \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{1,5} * 0,8 * 0,259d * b * (d - 0,4 * 0,259d) \\ &= 0,186 * b * d^2 * f_{bu}. \end{aligned}$$

Pour déterminer d de façon à optimiser la section, on prend $M_{AB} = M_u$.

$$\text{De l'égalité } M_u = 0,186 * b * d^2 * f_{bu}, \text{ on tire } d^2 = \frac{M_u}{0,186 * b * f_{bu}} = \frac{4\,597\,000}{0,186 * 1000 * 0,85 * 25 / 1,5} = 1\,745.$$

$$\text{On obtient } d = \sqrt{1\,745} = 42 \text{ mm} = 5 \text{ cm} \quad (d_{\text{supposée}} = 11 \text{ cm})$$

La hauteur calculée est inférieure à la hauteur supposée. L'hypothèse de l'épaisseur de dalle égale à 12cm est économique.

On adopte $h = 12 \text{ cm}$.

La hauteur utile d est donnée par $d \cong 0,9h = 0,9 * 12 = 10,8 \text{ cm}$.

On prend $d = 10 \text{ cm}$.

Calcul du moment réduit ultime limite

On commence par calculer la valeur du moment réduit ultime :

$$\mu_u = \frac{M_{ux}}{b * d^2 * f_{bu}}; \mu_u = \frac{4\,597\,000}{1000 * 100^2 * 0,85 * 25 / 1,5} = 0,0324.$$

On détermine ensuite la valeur du moment réduit ultime limite dont l'expression est fonction des caractéristiques des matériaux ainsi que du rapport $\gamma = \frac{M_{ux}}{M_{serx}}$;

$$\gamma = \frac{4\,597}{3\,317} = 1,3859.$$

L'expression du moment réduit ultime limite est la suivante :

$$\mu_{ul} = 0,3366 * \gamma - 0,1712; \mu_{ul} = 0,2953.$$

Le moment réduit ultime étant inférieur au moment réduit ultime limite ($\mu_u < \mu_{ul}$), l'hypothèse d'une section ne comportant pas d'armatures comprimées est valable.

6. Détermination des armatures :

6.1. Dispositions constructives :

La section minimale d'armatures doit satisfaire les relations suivantes :

$$\rho_o = \frac{A}{bh} \geq 0,0008 \text{ pour les aciers à haute adhérence Fe E 400.}$$

$$\rho_x \geq \rho_o * \frac{3 - \frac{l_x}{l_y}}{2} \text{ et } \rho_y \geq \rho_o \text{ avec}$$

ρ_o : le rapport minimum du volume d'acier A sur le volume de béton $b * h$

ρ_x : ratio d'acier dans le sens de la petite portée l_x $\rho_x = \frac{A_{stx}}{bh}$.

ρ_y : ratio d'acier dans le sens de la grande portée l_y $\rho_y = \frac{A_{sty}}{bh}$.

Le diamètre minimal des barres doit être inférieur ou égal à $h/10$
 h : hauteur de la dalle.

Les espacements maximaux des barres sont :

- ✓ la plus petite des valeurs 3h et 33cm dans le sens de la portée l_x
- ✓ la plus petite des valeurs 4h et 45cm dans le sens de la portée l_y

6.2. Nappe inférieure :

Les armatures inférieures sont calculées en fonction des moments fléchissants maximaux développés au centre de la dalle.

On se reporte à la figure ci-dessus représentant la coupe verticale de la dalle, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes pour calculer les sections d'armatures inférieures.

6.2.1. Armatures de résistance (dans le sens de la portée l_x).

On commence par calculer la valeur du moment réduit ultime :

$$\mu_u = \frac{M_{ux}}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}; \mu_u = \frac{4\,597\,000}{1000 \cdot 100^2 \cdot 0,85 \cdot 25 / 1,5} = 0,0324.$$

Les équations d'équilibre sont les suivantes :

$$A_{st(u)} \cdot \sigma_{st} = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot f_{bu} \quad (1)$$
$$M_u = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_u) \quad (2)$$

C'est un système de 2 équations du premier degré à 2 inconnues en α_u et $A_{st(u)}$.

On connaît la valeur de la contrainte de calcul de traction des aciers: $\sigma_{st} = f_{su}$

On pose $\mu_u = \frac{M_{ux}}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$.

L'équation (2) prend la forme suivante en α_u : $0,32\alpha_u^2 - 0,8\alpha_u + \mu_u = 0$.

On en tire l'expression de α_u ci-après : $\alpha_u = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) = 0,0412$.

L'équation (1) permet de déterminer l'expression de la section d'aciers suivante :

$$A_{st(u)} = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bu}}{f_{su}}; \quad A_{st(u)} = \frac{0,8 \cdot 0,0412 \cdot 1000 \cdot 100 \cdot 0,85 \cdot 25 / 1,5}{400 / 1,15} = 134 \text{ mm}^2.$$

Théoriquement, 2HA10 par mètre suffiraient ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre; ce qui correspond à une section réelle de 314 mm^2 .

6.2.2. Armatures de répartition (dans le sens de la portée l_y):

Par un même mode de calcul, mais en prenant $M_{uy}=3\,799\text{N/mm}^2$, on trouve $A_{st(u)}=111\text{mm}^2$.

Théoriquement, 2HA10 par mètre suffiraient ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre; ce qui correspond à une section réelle de 314mm^2 .

Remarque :

Etant donné la faible différence présentée par les dimensions des autres locaux, les armatures déterminées en fonction des mesures ci-dessus seront prolongées sur toute la surface du plancher.

6.3. Nappe supérieure et chapeaux

Les armatures supérieures sont calculées en fonction des moments fléchissants maximaux développés au voisinage des appuis de la dalle.

6.3.1. Armatures de résistance (dans le sens de la portée l_x)

Par un même mode de calcul, mais en prenant $M_{ax}=3\,065\text{N/mm}^2$, on trouve $A_{st(u)}=89\text{mm}^2$.

Théoriquement, 2HA10 par mètre suffiraient ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre, ce qui correspond à une section réelle de 314mm^2 . Ces armatures couvrent toute la portée l_x .

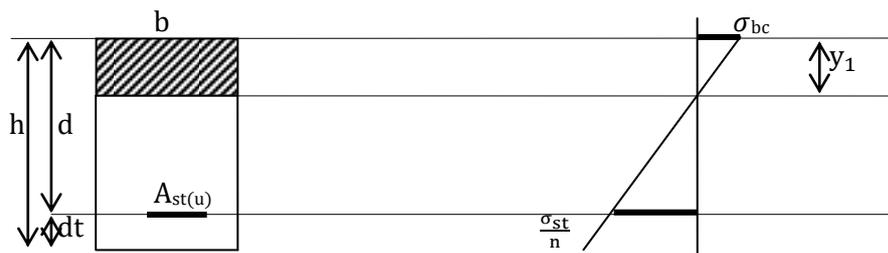
6.3.2. Armatures de répartition (dans le sens de la portée l_y)

Par un même mode de calcul, mais en prenant $M_{ay}=2\,533\text{N/mm}^2$, on trouve $A_{st(u)}=74\text{mm}^2$.

Théoriquement, 1HA10 par mètre suffirait ; mais l'espacement minimal serait largement dépassé. Il faut placer 4HA10 par mètre, ce qui correspond à une section réelle de 314mm^2 . Ces armatures couvrent toute la portée l_y .

7. Vérification aux états limites de service

Le dimensionnement aux états limites ultimes doit être suivi d'une vérification aux états limites de service afin de vérifier que l'état limite de compression du béton est respecté. La figure ci-dessous représente la coupe transversale de la dalle et le diagramme simplifié des contraintes.



Section de la dalle	Diagramme des contraintes
---------------------	---------------------------

On commence par déterminer la position de l'axe neutre en résolvant l'équation aux moments statiques suivante en y_1 :

$$\frac{1}{2} * b * y_1^2 - n * A_{st(u)} * (d - y_1) = 0. \quad y_1 = 26 \text{ mm.}$$

On écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée par rapport au béton et réduite :

$$I = \frac{1}{3} * b * y_1^3 + n * A_{st(u)} * (d - y_1)^2 \quad I = 31\,660\,627 \text{ mm}^4$$

On calcule la contrainte maximale de béton comprimé en utilisant l'expression suivante:

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1; \quad \sigma_{bc} = \frac{3\,317\,000}{\frac{31\,660\,627}{26}} = 2,72 \text{ MPa} \quad (\bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa})$$

La contrainte maximale de béton comprimé σ_{bc} ne dépasse pas la contrainte limite $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 * f_{c28} = 15 \text{ MPa}$. Le dimensionnement satisfait les états limites de service.

Calcul des poutres

Dimensionnement aux états limites ultimes

Le dimensionnement aux états limites ultimes a pour objectif de déterminer les sections d'acier $A_{st(u)}$ et $A_{sc(u)}$ qu'il faut placer dans la section afin d'équilibrer le moment fléchissant ultime M_u .

Le dimensionnement aux états limites ultimes doit être suivi d'une vérification aux états limites de service afin de vérifier que l'état limite de compression du béton ainsi que l'état limite d'ouverture des fissures sont respectés.

On étudie la poutre continue située entre *hall de nuit* et *salon familial*.

1. Hypothèses de calcul :

Les hypothèses de calcul sont les suivantes:

- les sections droites restent planes et il n'y a pas de glissement entre les armatures et le béton.

- la résistance du béton tendu est négligée.

Elle est reprise par l'acier ; il travaille à la contrainte $\sigma_{st.} = f_{su} = \frac{f_e}{1,15}$.

- sections de béton comprimées :

- ✓ Sur appui, seule la retombée de la poutre travaille en compression.
- ✓ En travée, une partie du plancher reprend des efforts de compression.

La compression est reprise par le béton ; il travaille à la contrainte $\sigma_{bc.} = f_{bu} = \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{1,5}$.

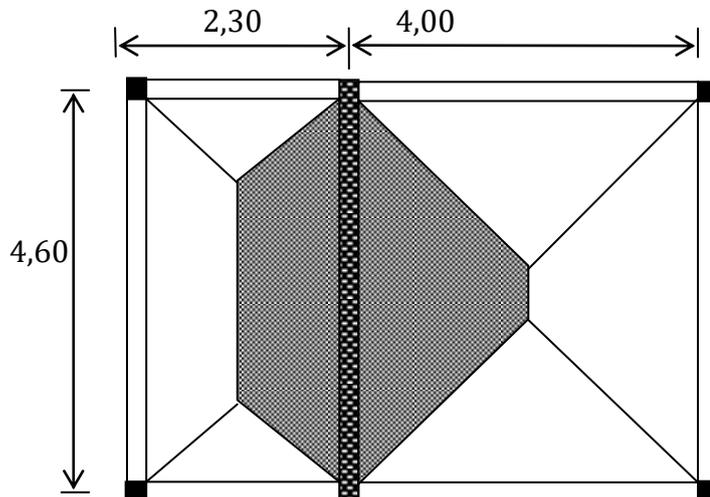
- les déformations limites sont :
pour l'acier $\varepsilon_{su} = 1\%$
pour le béton $\varepsilon_{bu} = 0,35\%$ en flexion
 $\varepsilon_{bu} = 0,20\%$ en compression

- on considère l'unique combinaison d'actions suivante : 1,4G+1,6Q.

On prend pour référence, la travée centrale, qui a les dimensions suivantes: longueur $l=4,60m$, largeur $b=0,2m$, et hauteur $h=0,40m$ (à justifier).

2. Détermination des actions :

La répartition des actions sur la travée centrale de la poutre s'effectue selon le schéma ci-après :



$$\begin{aligned} \text{Surface de la dalle} &= \frac{(4,4 \times 2 - 2,30) \times 2,30}{4} + \frac{(4,4 \times 2 - 4) \times 4}{4} = 8,5375 \text{m}^2. \\ \text{Surface de la maçonnerie de briques pleines} &= 2,6 * (4,4 - 0,2) = 10,92 \text{m}^2. \end{aligned}$$

Poids de la retombée de poutre	: 0,2 * (0,4 - 0,12) * 4,6 * 25 000	= 6 160N
Poids de la dalle	: 0,12 * 8,5375 * 25 000	= 25 613N
Poids maçonnerie de briques pleines	: 0,2 * 10,92 * 19 000	= 41 496N
Poids de l'enduit:		
- sur retombée de poutre	: 2 * (0,4 - 0,12) * 4,6 * 0,02 * 18 000	= 887N
- sous la dalle	: 8,5375 * 0,02 * 18 000	= 3 074N
- sur maçonnerie de briques pleines	: 2 * 10,92 * 0,03 * 18 000	= 11 794N
Poids de la chape sur la dalle	: 8,5375 * 0,06 * 20 000	= 10 245N
	<i>Total enduits et chapes</i>	<i>= 26 000N</i>

Poids de la surcharge	: 1 500 * 8,5375	= 12 806N
-----------------------	------------------	-----------

3. Descente de charges et combinaisons d'actions :

Descente des charges

Total charges permanentes P_G	= 6 160 + 25 613 + 41 496 + 26 000	= 99 269N
Total charges d'exploitation P_Q	= 1 500 * 8,5375	= 12 806N

Répartition des charges par unité de longueur

Charge permanente p_G	= 99 269 / 4,4	= 22 562N/m
Surcharge p_Q	= 12 806 / 4,4	= 2 910N/m

Combinaisons d'actions

$$\begin{array}{l} \text{A l'ELU} \quad p_u = 1,4 \cdot p_G + 1,6 \cdot p_Q = 1,4 \cdot 22\,562 + 1,6 \cdot 2\,910 = 34\,824 \text{ N/m} \\ \text{A l'ELS} \quad p_{ser} = p_G + p_Q = 22\,562 + 2\,910 = 25\,472 \text{ N/m} \end{array}$$

4. Calcul des sollicitations

4.1. Principe

Une des méthodes théoriques de calcul des poutres et des planchers continus est la méthode des trois moments.



L'hypothèse d'égalité des rotations à gauche et à droite des appuis, $\alpha_{B(AB)} = \alpha_{B(BC)}$ fait que la valeur du moment calculé sur appui est généralement plus importante que les valeurs maximales des moments en travée.

Une poutre de plusieurs travées, chargée uniquement sur la dernière travée, transmet des efforts à la première travée. La méthode des trois moments nécessite l'écriture d'autant d'équations que d'appuis intermédiaires. La méthode de calcul peut donc être très longue à appliquer.

Plusieurs méthodes adaptées au béton armé existent, qui adaptent la formule des trois moments au matériau particulier qu'est le béton armé. Une des plus courantes est *la méthode forfaitaire*.

4.2. Domaine d'application de la méthode forfaitaire

Quatre conditions doivent être réunies :

- la méthode est applicable aux planchers à **charges d'exploitation modérées** (poutre associée à un hourdis ou dalles calculées dans une direction) :

$$Q_B \leq 2G \quad \text{ou} \quad Q_B \leq 5\,000 \text{ N/m}^2$$

- les différentes travées ont la même section (le moment quadratique I est constant sur toute la poutre)

- le rapport des portées successives est compris entre 0,8 et 1,25.

- la fissuration est jugée peu préjudiciable (structure à l'intérieur des bâtiments).

Sur la file illustrée par le schéma ci-dessous, les quatre conditions du domaine d'application de la méthode forfaitaire sont réunies. On applique donc la méthode forfaitaire.

4.3. Principe de calcul

Les moments maxi en travée et sur appui sont fixés forfaitairement à partir de la valeur maximale du moment dans une travée isostatique de référence.

4.4. Méthode de calcul :

- calculer les taux de charge repris par travée à l'ELU (FPP)

$$p_u = 1,35q_G + 1,5q_Q = 34\,824 \text{ N.m}$$

- calculer α et les trois rapports intermédiaires de calcul :

$$\alpha = \frac{q_Q}{q_Q + q_G} = \frac{2\,910}{2\,910 + 22\,562} = 0,1142 \quad \text{avec} \quad 0 \leq \alpha \leq \frac{2}{3}$$

$$1 + 0,3 * \alpha = 1,0343$$

avec une valeur minimale de 1,05

$$\frac{1 + 0,3 * \alpha}{2} = 0,5171$$

$$\frac{1,2 + 0,3 * \alpha}{2} = 0,6171$$

- remplir le tableau proposé ci-dessous :

Δ A ₁	Δ A ₂	Δ A ₃	Δ A ₄
Portée (m)	l_1	l_2	l_3
Taux de charge	p_1	p_2	p_3
Moment M_0 de la travée indépendante isostatique	$M_0 = \frac{p_1 l_1^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_2 l_2^2}{8}$	$M_0 = \frac{p_3 l_3^2}{8}$
Moments sur appuis M_w et M_e sur chaque travée (valeurs absolues)	$M_w = 0$ M_e	M_w M_e	M_w $M_e = 0$
Moment en travée M_t	M_{t1}	M_{t2}	M_{t3}
Moments retenus (valeurs absolues maximales)	M_{t1} M_{a2}	M_{t2} M_{a3}	M_{t3} 0

Valeur absolue du moment sur appui : poutres à 3 travées :

$$\Delta \quad \geq 0,5M_0 \quad \Delta \quad \geq 0,5M_0 \quad \Delta$$

L'utilisation du tableau ci-dessus sur une feuille de calcul Excel donne les résultats suivants:

Appuis	1	2	3	4
Sur appuis	0	42 137	28 207	0
En travée	39 993	42 137	42 311	

Moments ultimes :

Le moment maximal en milieu de travée est égal à $M_t=42\,311\text{N.m}$

Le moment maximal à l'appui est égal à $M_a=42\,137\text{N.m}$

Moments de service:

D'une façon analogue, on calcule les taux de charge repris par travée à l'ELS (FPP)

$$p_{\text{ser}} = q_G + q_Q = 25\,472\text{N.m}$$

Appuis	1	2	3	4
Sur appuis	0	30 821	20 632	0
En travée		29 203	30 821	30 948

Le moment maximal en milieu de travée est égal à $M_t=30\,948\text{N.m}$

Le moment maximal sur appui est égal $M_a= 30\,821\text{N.m}$

Les dimensions de l'élément étudié, les sollicitations agissantes maximales, les charges, ainsi que les résistances caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Dimensions			Sollicitations			Chargement		
Notation	Valeur	Unit	Notation	Valeurs	Unité	Notations	Valeurs	Unit
b	20	cm	N_{ser}	0	N	q_G	2 910	N.m^{-1}
h	40	cm	N_u	0	N	p_G	22 562	N.m^{-1}
dp	0	cm	M_{ser}	30 948	N.m	Résistances caractéristiques		
dt	5	cm	M_u	42 311	N.m	f_{c28}	25	MPa
(Sollicitations maximales)						f_e	400	MPa

Les valeurs des charges réparties, ainsi que les sollicitations agissantes, prennent en compte la contribution du poids propre de l'élément.

5. Dimensionnement au pivot B :

L'élément à étudier se situe à l'intérieur d'un bâtiment ; la fissuration est jugée peu préjudiciable. Le dimensionnement se fait à l'ELU et la vérification à l'ELS.

On connaît:

- les matériaux : f_{c28}, f_e
- le moment fléchissant : M_{ua}

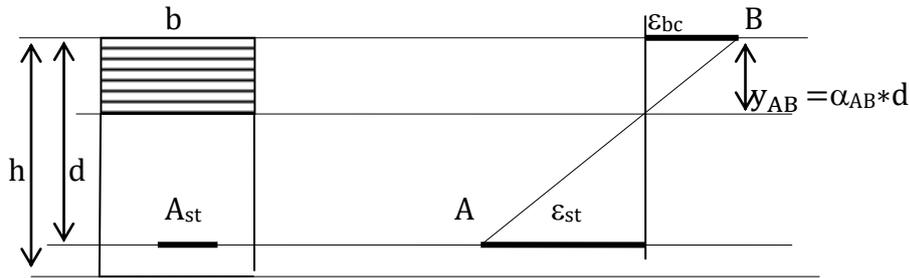
On cherche:

- les dimensions b et h de la section

La largeur b de la poutre est prise égale à 20cm. Il reste à déterminer la hauteur h.

Lorsqu'on dimensionne une section, on cherche à optimiser l'utilisation des matériaux afin d'obtenir la section la plus économique possible.

L'on tire le meilleur parti des matériaux quand le diagramme de déformation de la section passe par les points A et B. Le moment résistant correspondant est M_{AB} .



Allongement

Raccourcissement

- h : hauteur de la section
- d : hauteur utile de la section $d \cong 0,9h$
- y_{AB} : hauteur de béton comprimé
- A_{st} : section des armatures tendues

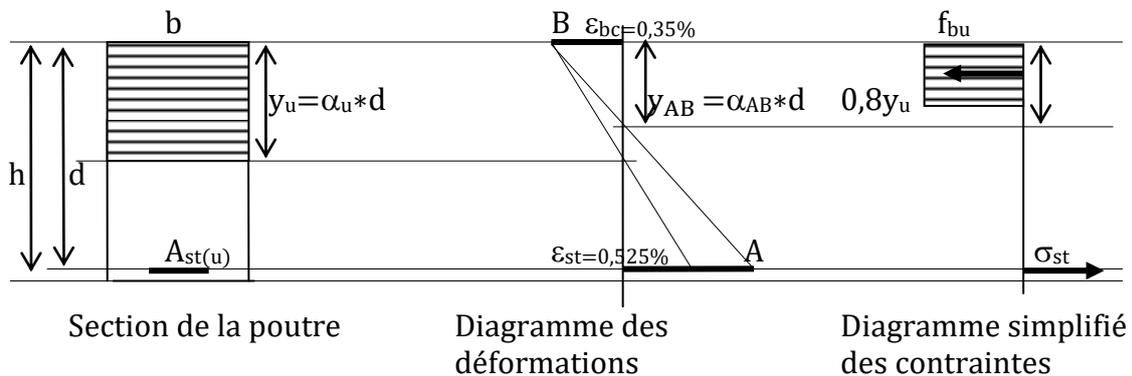
Dans ce cas, l'acier et le béton sont utilisés de façon optimale.

5.1. Equations d'équilibre et dimensionnement

La figure ci-dessous représente la coupe transversale de la dalle, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes.

Le béton est utilisé au maximum ; l'acier est mal utilisé. L'expérience montre que, pour que la section d'acier calculée à l'ELU satisfasse une vérification à l'ELS, il faut que ε_s reste supérieure à 0,525%.

La hauteur de béton comprimé y_{AB} est donnée par $\frac{y_{AB}}{0,35} = \frac{d}{0,35+0,525}$; $y_{AB}=0,4d$.



$$\begin{aligned}
 \text{Le moment résistant } M_{AB} &= \frac{0,85 * f_{cj}}{1,5} * 0,8 * y_{AB} * b * (d - 0,4 y_{AB}) \\
 &= \frac{0,85 * f_{cj}}{1,5} * 0,8 * 0,4d * b * (d - 0,4 * 0,4d) \\
 &= 0,269 * b * d^2 * f_{bu}.
 \end{aligned}$$

Pour déterminer d de façon à optimiser la section, on prend $M_{AB}=M_u$.

De l'égalité $M_u=0,269*b*d^2*f_{bu}$, on tire $d^2=\frac{M_u}{0,269*b*f_{bu}}=\frac{42\ 311\ 000}{0,269*200*0,85*25/1,5}=55\ 514$.

On obtient $d=\sqrt{55\ 514}=236\text{mm}=24\text{cm}$ ($d_{supposée}=36\text{cm}$)

La hauteur utile calculée ($d=24\text{cm}$) est inférieure à la hauteur utile supposée ($d_{supposée}=36\text{cm}$). L'hypothèse de la hauteur totale de poutre égale à 40cm est économique.

On choisit $d=35\text{cm}$.

On en déduit la hauteur totale $h\cong\frac{d}{0,9}=\frac{35}{0,9}=39\text{cm}$.

On prend $h=40\text{cm}$.

Calcul du moment réduit ultime limite :

On commence par calculer la valeur du moment réduit ultime :

$$\mu_u=\frac{M_{ux}}{b*d^2*f_{bu}}; \mu_u=\frac{42\ 311\ 000}{200*350^2*0,85*25/1,5}=0,1219.$$

On détermine ensuite la valeur du moment réduit ultime limite dont l'expression est fonction des caractéristiques des matériaux ainsi que du rapport $\gamma=\frac{M_u}{M_{ser}}$;

$$\gamma=\frac{42\ 311}{30\ 948}=1,3672.$$

On trouve la valeur du moment réduit ultime limite en utilisant l'équation suivante : $\mu_{ul}=0,3366*\gamma-0,1712$; $\mu_{ul}=0,2890$.

Le moment réduit ultime étant inférieur au moment réduit ultime limite ($\mu_u<\mu_{ul}$), l'hypothèse d'une section de poutre ne comportant pas d'armatures comprimées est correcte.

6. Détermination des armatures :

6.1. Armatures longitudinales :

Section des armatures inférieures :

Le moment fléchissant maximal développé à mi-travée de la poutre $M_u=42\ 311\text{N.m}$.

On connaît la valeur du moment réduit ultime : $\mu_u=\frac{M_u}{b*d^2*f_{bu}}; \mu_u=0,1219$.

La figure ci-dessous représente la coupe transversale de la poutre, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes.

Les équations d'équilibre sont les suivantes : $A_{st(u)}*\sigma_{sc}=0,8*\alpha_u*b*d*f_{bu}$ (1)

$$M_u=0,8*\alpha_u*b*d^2*f_{bu}*(1-0,4*\alpha_u)$$
 (2)

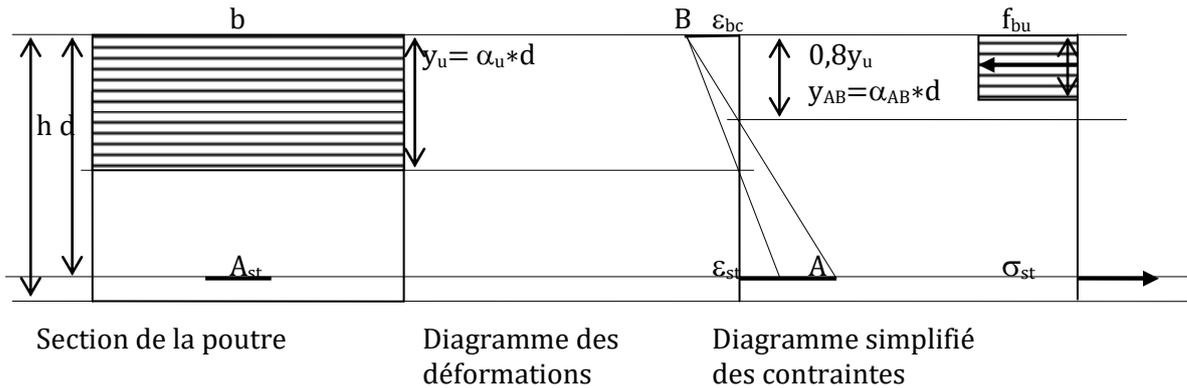
Elles constituent un système de deux équations linéaires à deux inconnues en α_u et $A_{st(u)}$.

On connaît la valeur de la contrainte de calcul de traction des aciers : $\sigma_{sc} = f_{su}$

On pose $\mu_u = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$.

L'équation(2) prend la forme en α_u suivante : $0,32\alpha_u^2 - 0,8\alpha_u + \mu_u = 0$.

Cette équation a pour racine : $\alpha_u = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u})$; $\alpha_u = 0,1630$.



L'équation (1) permet de déterminer l'expression de la section d'armatures suivante :

$$A_{st(u)} = 0,8 \cdot \alpha_u \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bu}}{f_{su}} ; \quad \text{On en tire } A_{st(u)} = \frac{0,8 \cdot 0,163 \cdot 200 \cdot 350 \cdot 0,85 \cdot 25 / 1,5}{400 / 1,15} = 372 \text{ mm}^2.$$

On choisit 3HA14, ce qui correspond à une section réelle de 462mm².

Deux des trois armatures couvrent toute la travée de la poutre. La troisième couvre les huit dixièmes de la portée de la poutre.

Section des armatures supérieures :

Par un même mode de calcul, mais en prenant $M_u = 42\,137 \text{ N.m}$, on obtient $A_{st(u)} = 370 \text{ mm}^2$.

On choisit 3HA14, ce qui correspond à une section réelle de 462mm².

Deux des trois armatures couvrent toute la portée de la poutre; la troisième s'arrête au quart de la portée de la poutre en partant de l'appui.

6.2. Vérification aux états limites de service

Sections résistantes :

La poutre est associée au plancher.

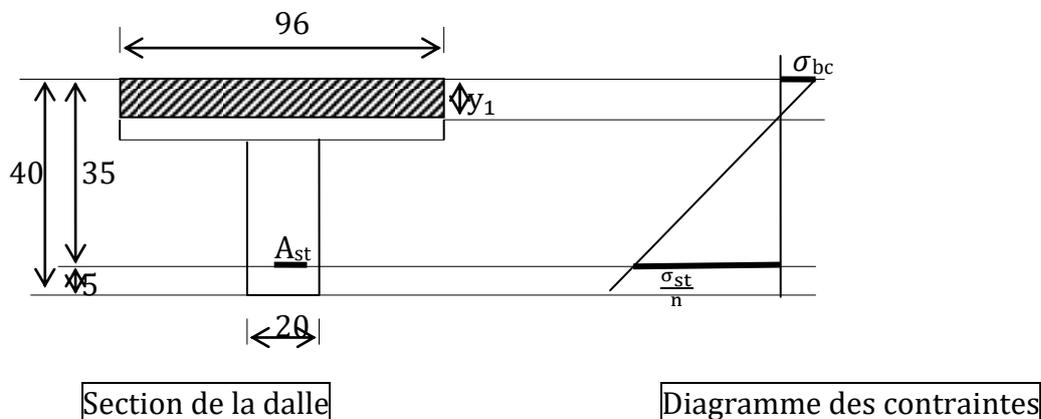
- ✓ Sur appui, une partie du plancher reprend les efforts de traction. On est en présence d'une poutre est en T.
- ✓ A mi-travée, seule la retombée de la poutre travaille en traction.

Vérification sur appuis :

La largeur de la dalle à prendre en compte de chaque côté de la poutre doit être inférieure à $440/10 = 0,44\text{m}$. Nous prenons $b = 20 + 2 \cdot 38$ et adoptons la section représentée sur la figure ci-dessous :

On commence par déterminer la position de l'axe neutre en résolvant l'équation aux moments statiques suivante en y_1 :

$$\frac{1}{2} * b * y_1^2 - n * A_{st} * (d - y_1) = 0. \quad y_1 = 64\text{mm} \quad (h_0 = 120\text{mm}).$$



La valeur de y_1 est inférieure à la hauteur de la table; l'axe neutre se trouve dans la table.

On écrit ensuite l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée par rapport au béton et réduite.

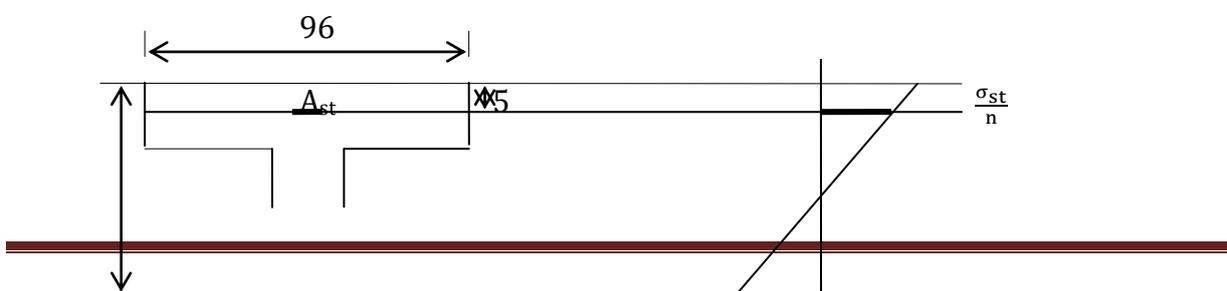
$$I = \frac{1}{3} * b * y_1^3 + n * A_{st} * (d - y_1)^2; \quad I = 650\,732\,360\text{mm}^4$$

Puis on calcule la valeur de la contrainte maximale de béton comprimé en utilisant l'expression suivante:

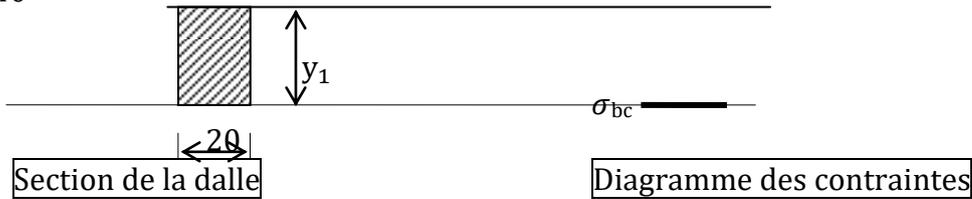
$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} * y_1; \quad \sigma_{bc} = \frac{30\,821\,000}{650\,732\,360} * 64 = 3,04\text{MPa}$$

Vérification à mi-travée :

Nous adoptons la section représentée sur la figure ci-dessous :



40



On commence par déterminer la position de l'axe neutre en résolvant l'équation aux moments statiques suivante en y_1 :

$$\frac{1}{2} * b_0 * y_1^2 - n * A_{st} * (d - y_1) = 0. \quad \text{On trouve } y_1 = 125 \text{ mm.}$$

On écrit ensuite l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée par rapport au béton et réduite :

$$I = \frac{1}{3} * b_0 * y_1^3 + n * A_{st} * (d - y_1)^2; \quad I = 481\,039\,600 \text{ mm}^4$$

On calcule ensuite la valeur de la contrainte maximale de béton comprimé en utilisant l'expression suivante:

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I}; \quad \sigma_{bc} = \frac{30\,948\,000}{\frac{481\,039\,600}{125}} = 8,05 \text{ MPa.}$$

La contrainte maximale de béton comprimé σ_{bc} ne dépasse pas la contrainte limite $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 * f_{c28} = 15 \text{ MPa}$. Le dimensionnement satisfait les états limites de service.

6.3. Armatures transversales

Le calcul d'une poutre à l'effort tranchant est mené à l'ELU.

Afin de simplifier les calculs, la contrainte de cisaillement maximale est prise égale à :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b * d} \quad \text{avec}$$

V_u : effort tranchant dans la section

b : largeur minimale de la poutre

d : hauteur utile de la poutre

On détermine d'abord la valeur de la contrainte tangente limite

$$\bar{\tau} = 0,2 * f_{c28} * \frac{1}{\gamma_b} = 0,2 * 25 * \frac{1}{1,5} = 3,33 \text{ MPa.}$$

On calcule ensuite la valeur de la contrainte tangente maximale :

L'effort tranchant à l'abscisse x pour $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$ a pour expression : $V_u = (L - 2x) * \frac{q_u}{2}$.

A l'abscisse $x=0$, l'effort tranchant et la contrainte tangente ont des valeurs maximales:

$$V_u = \frac{q_u * (L - 2x)}{2}; \quad V_u = \frac{(1,35 * 22\,562 + 1,5 * 2\,910) * 4,4}{2} = 76\,612 \text{ N.}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d}; \quad \tau_u = \frac{76\,612}{200 \cdot 350} = 1,0945 \text{ MPa} \quad (\bar{\tau} = 3,33 \text{ MPa}).$$

La contrainte tangente maximale ($\tau_u = 1,0945 \text{ MPa}$) ne dépasse pas la contrainte tangente limite ($\bar{\tau} = 3,33 \text{ MPa}$). Les cadres sont à placer verticalement

On doit vérifier, en n'importe quelle section de la poutre, les conditions minimales suivantes :

- le pourcentage d'acier doit respecter la condition suivante : $\frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq \frac{0,4}{f_e}$;

- le diamètre des aciers doit respecter la condition suivante: $\phi_t \leq \left\{ \frac{h}{35}; \phi_l; \frac{b}{10} \right\}$

- l'espacement des cours successifs d'armatures transversales d'âme doit respecter la condition suivante : $S_t \leq \min \{0,9d = 0,9 \cdot 35 = 32 \text{ cm}; 40 \text{ cm}\}$.

On choisit $S_t \leq 32 \text{ cm}$.

Pourcentage minimal : $\frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq \frac{0,4}{f_e}; \frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq \frac{0,4}{400} \Rightarrow \frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq 1 \cdot 10^{-3}$

Pourcentage calculé : $\frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq \frac{\gamma_s \cdot (\tau_u - 0,3 \cdot f_{tj})}{0,9 \cdot f_e}; \quad \Rightarrow \frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq 1,5 \cdot 10^{-3}$

On choisit $\frac{A_t}{b_o \cdot s_t} \geq 1,5 \cdot 10^{-3}$.

On choisit un acier HA6.

On en déduit la section transversale suivante: $A_t = 2 \text{ HA6} = 57 \text{ mm}^2$.

On calcule l'espacement réglementaire :

$$s_t \leq \frac{57}{200 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} \quad \Rightarrow s_t \leq 285 \text{ mm} \quad \text{espacement maximal}$$

$$s_t \leq \frac{57}{200 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}} \quad \Rightarrow s_t \leq 190 \text{ mm} \quad \text{espacement minimal}$$

Les espacements de cadres HA6 seront compris entre 19cm et 29cm.

On choisit des cadres HA6 espacés régulièrement de 25cm.

Calcul des poteaux

On détermine les sections d'armatures des poteaux en calculant forfaitairement l'effort normal ultime dans le cas d'une compression centrée. L'état limite dimensionnant est L'ELU.

1. Hypothèses de calcul:

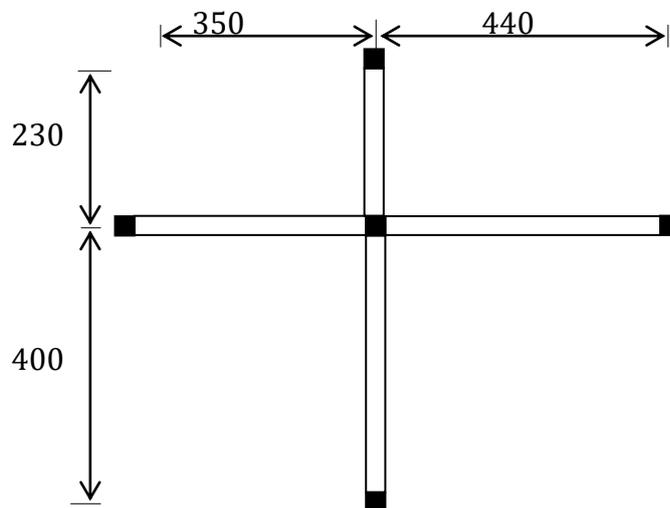
Le dimensionnement des poteaux est basé sur les hypothèses suivantes :

- ✓ l'effort normal de compression est centré sur la section transversale du poteau
- ✓ les poteaux sont soumis uniquement aux actions dues à des charges permanentes et à des charges d'exploitation. On considère l'unique combinaison d'actions suivante : $1,35G+1,5Q$.

2. Poteau de référence :

Position du poteau : Poteau intérieur situé entre chambre 5, salon et dégagement.

Section carrée : $a=20\text{cm}$ (à justifier)



3. Grandeurs caractéristiques :

3.1. Longueur de flambement :

Hauteur totale entre le dallage et le plancher : $l_0=320\text{cm}$

La longueur de flambement est évaluée en fonction de la longueur libre l_0 du poteau et de ses liaisons effectives. On est dans le cas d'un bâtiment à étage contreventé par un système de plans verticaux et où il y a continuité des poteaux et de leur section.

L'expression de la longueur de flambement est la suivante : $l_f = 0,7l_0$.
On en déduit $l_f = 320 * 0,7 = 224 \text{ cm}$.

3.2. Rayon de giration :

Le rayon de giration, noté i , a l'expression suivante $i^2 = \frac{I}{B}$ avec

I : moment quadratique de la section transversale du poteau ; $I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$.

B : aire de la section transversale du poteau ; $B = a^2$.

On a $i_x = i_y = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{20}{2\sqrt{3}} = 5,7735$

3.3. Elancement :

L'élanement, noté λ , a l'expression suivante $\lambda = l_f/i$ avec

- l_f : longueur de flambement du poteau

- i : rayon de giration de la section transversale du poteau.

Donc, $\lambda_x = l_f/i_x = \lambda_y = l_f/i_y = \frac{224}{5,7735} = 39$.

On est dans le cas où $\lambda < 50$.

4. Dimensionnement de la section horizontale du poteau

On calcule les dimensions du poteau en fonction des autres éléments de la structure et en posant les hypothèses suivantes :

✓ on choisit $\lambda = 35$

✓ on pose $A_{sc} = 0,01B_r$ avec

A_{sc} la section d'acier

B_r la section réduite du poteau obtenue en déduisant de sa section réelle un centimètre d'épaisseur sur toute sa périphérie).

Les données sont les suivantes :

✓ effort normal ultime N_u

✓ limite d'élasticité de l'acier

✓ résistances caractéristiques du béton

✓ dimensions supposées de la section transversale du poteau.

4.1. Calcul de l'effort normal ultime N_u :

Sous le toit :

Etant donné que

la charge de la couverture est prise égale à $1\,250 \text{ N/m}^2$

la surface en plan de la toiture est égale à $137,64 \text{ m}^2$,

On détermine

$$\begin{aligned} \text{la charge moyenne sur un poteau} & : \frac{1\,250 \times 137,64}{20} = 8\,603\text{N} \\ \text{Le poids propre du poteau est égal à } & 0,2 \times 0,2 \times 3,5 \times 25\,000 = 3\,500\text{N} \\ \text{Total } S_0 & = 12\,103\text{N} \end{aligned}$$

Sous l'étage :

$$\begin{aligned} \text{Surface de la dalle} & : \frac{(4,4+3,5) \times (4,0+2,3)}{4} = 12,4425\text{m}^2 \\ \text{Longueur développée des retombées de poutre} & : \frac{(4,4+3,5) + (4,0+2,3)}{2} = 11,05\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Poids propre du poteau} & : 0,2 \times 0,2 \times (3,2 - 0,4) \times 25\,000 = 2\,800\text{N} \\ \text{Poids de la dalle} & : 12,4425 \times 0,12 \times 25\,000 = 37\,327,5\text{N} \\ \text{Poids retombées de poutre} & : 0,2 \times (0,4 - 0,12) \times 11,05 \times 25\,000 = 15\,470\text{N} \\ \text{Poids maçonnerie de briques} & : 0,2 \times (3,2 - 0,4) \times 11,05 \times 19\,000 = 117\,572\text{N} \end{aligned}$$

Poids de

$$\begin{aligned} \text{- l'enduit sur maçonnerie} & : (3,2 - 0,4) \times 11,05 \times 0,03 \times 2 \times 18\,000 = 33\,415,2\text{N} \\ \text{- l'enduit sous la dalle} & : 12,4425 \times 0,02 \times 18\,000 = 4\,479,3\text{N} \\ \text{- de la chape sur dalle} & : 12,4425 \times 0,06 \times 20\,000 = 14\,931\text{N} \\ \text{Total enduits et chapes} & = 52\,825,5\text{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Total charges permanentes} \quad G & = 2\,800 + 37\,327,5 + 15\,470 + 117\,572 + 52\,825,5 \\ & = 225\,995\text{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Poids des charges d'exploitation} \quad Q & = 1\,500 \times 12,4425 \\ & = 18\,664\text{N} \end{aligned}$$

Descente des charges:

Le bâtiment est destiné à l'usage d'habitation, mais il a moins 5 niveaux. Les surcharges sur les planchers sont donc prises en considération sans abattement.

La répartition et la combinaison des charges sur les différents niveaux du bâtiment sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Niveaux du bâtiment	Répartition des charges		Cumulation des charges		Combinaisons des charges	
	Permanent (G)	D'exploitation (Q)	Permanent (G)	D'exploitation (Q)	ELU 1,35G+1,5Q	ELS G+Q
Sous le toit	12 103	0	12 103	0	16 339	12 103
Sous l'étage	225 995	18 664	238 098	18 664	349 428	256 762

Les dimensions du poteau, les sollicitations appliquées, ainsi que les valeurs des résistances caractéristiques des matériaux sont présentées dans le tableau ci-dessous:

Dimensions			Sollicitations			Résistances caractéristiques		
Notations	Valeurs	Unités	Notations	Valeurs	Unités	Notations	Valeurs	Unités
a	20	cm	N _{ser}	256 762	N	f _{c28}	25	MPa
b	20		N _u	349 428	N	f _e	400	MPa
l ₀	320	cm	(Sollicitations maximales)					

1.4.2. Détermination de la section transversale du poteau :

L'effort agissant ultime N_u d'un poteau doit être au plus égal à la valeur limite suivante :

$$N_{ulim} = \alpha * \left[\frac{B_r * f_{c28}}{0,9 \gamma_b} + A_{sc} * \frac{f_e}{\gamma_s} \right] \quad \text{avec}$$

$$B_r = (200-20)^2 = 32\,400 \text{ mm}^2$$

$$A_{sc} = 0,01 B_r = 324 \text{ mm}^2$$

$$\gamma_b = 1,5 \quad \text{coefficient de sécurité du béton}$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \text{coefficient de sécurité de l'acier}$$

$$\alpha: \text{coefficient donné par la relation suivante lorsque } \lambda \leq 50; \quad \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 * \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$$

On essaie de faire travailler au mieux les aciers ; ce qui est obtenu pour une valeur d'élanement λ égale à 35. On a $\alpha_0 = \frac{0,85}{1 + 0,2} = 0,7083$.

Il faut de corriger la valeur de α_0 en la divisant par 1,10, car plus de la moitié des charges sont appliquées avant 90 jours. On trouve $\alpha = \frac{0,85}{(1 + 0,2) * 1,1} = 0,644$.

$$\text{De l'égalité } N_{ulim} = \alpha * \left[\frac{B_r * f_{c28}}{0,9 \gamma_b} + A_{sc} * \frac{f_e}{\gamma_s} \right], \text{ on tire } B_r \geq \frac{N_u}{\alpha * \left(\frac{f_{c28}}{0,9 \gamma_b} + 0,01 * \frac{f_e}{\gamma_s} \right)}; B_{rmin} = 24\,669 \text{ mm}^2.$$

On détermine la dimension de la section réelle du poteau en résolvant l'équation :

$$(a-20)^2 = 24\,669.$$

$$\text{On trouve } a = 177 \text{ mm} = 18 \text{ cm}.$$

On choisit la dimension réelle du poteau (multiple de 5cm).

On prend $a = 20 \text{ cm}$.

5. Détermination des armatures:

L'objectif est de déterminer les sections longitudinales et transversales des armatures à placer dans la section béton afin de satisfaire les états limites ultimes.

5.1. Dispositions constructives :

Dans le cas de poteaux sollicités en compression centrée, la section minimale d'armatures longitudinales est égale à

- 4cm² par mètre de longueur de paroi mesurée perpendiculairement à la direction de ces armatures.
- 0,2% de la section totale de béton comprimé, sans jamais dépasser 5% en dehors des zones de recouvrement

5.2. Armatures longitudinales :

Il s'agit de déterminer la section des aciers longitudinaux nécessaires pour équilibrer les

sollicitations agissantes sachant que plus de la moitié des charges sont appliquées avant 90 jours.

La section théorique d'armatures longitudinales a l'expression la suivante :

$$A_{sc} = \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0,9\gamma_b} \right) \cdot \frac{\gamma_s}{f_e}; \quad A_{sc} = 247 \text{ mm}^2.$$

La section réglementaire d'armatures longitudinales est donnée par l'expression (cfr dispositions constructives ci-dessus) :

$$A_{\text{mini}} = \max\{400 \cdot u; 0,2\% \cdot B\} \quad A_{\text{maxi}} = 5\% \cdot B.$$

Section minimale : $A_{\text{mini}} = \max\{400 \cdot 0,8 = 320 \text{ mm}^2; 0,2\% \cdot 40\,000 = 80 \text{ mm}^2\}$

Section maximale : $A_{\text{maxi}} = 5\% \cdot B = 5\% \cdot 40\,000 = 2\,000 \text{ mm}^2.$

Il faut placer une section d'acier au moins égale à 320 mm^2 .

On choisit 4HA12, ce qui représente une section réelle de 452 mm^2 .

5.3. Armatures transversales :

Les armatures transversales sont disposées en cours successifs plans et normaux à l'axe longitudinal du poteau. Dans chaque cours, elles forment une ceinture autour des armatures longitudinales de façon à assurer le maintien de celles-ci vis-à-vis d'un mouvement éventuel vers les parois voisines.

Le diamètre ϕ_t des armatures transversales est au moins égal à la valeur normalisée la plus proche du tiers du diamètre ϕ_l des armatures longitudinales qu'elles maintiennent.

On en déduit l'inégalité suivante : $\phi_t \geq \frac{\phi_l}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ mm}.$ On choisit $\phi_t = 6 \text{ mm}$

L'espacement s_t des armatures transversales doit respecter l'inégalité :

$s_t \leq \min\{15\phi_l = 18 \text{ cm}; 40 \text{ cm}\}.$ On choisit $s_t = 18 \text{ cm}$

5.4. Calcul de l'effort normal ultime limite N_{ulim} :

L'expression de l'effort normal ultime est la suivante : $N_{ulim} = \alpha \cdot \left[\frac{B_r \cdot f_{c28}}{0,9\gamma_b} + A_{sc} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \right];$

La valeur du projet est la suivante : $N_{ulim} = \frac{0,85}{1,2 \cdot 1,1} \cdot \left(\frac{32\,400 \cdot 25}{0,9 \cdot 1,5} + \frac{452 \cdot 400}{1,15} \right) = 487\,602 \text{ N}.$

L'effort normal ultime ($N_u = 349\,428 \text{ N}$) ne dépasse pas l'effort normal ultime limite ($N_{ulim} = 487\,602 \text{ N}$). Le dimensionnement satisfait les états limites ultimes.

6. Justification vis-à-vis de l'ELS :

La contrainte de compression du béton est limitée à $\bar{\sigma} = 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ MPa}.$

Elle est au moins égale à $\sigma_{bc} = \frac{N_{ser}}{B_r + n \cdot A_{sc}}; \quad \sigma_{bc} = \frac{256\,762}{32\,400 + 15 \cdot 452} = 8,17 \text{ MPa}$

La contrainte maximale de béton comprimé ($\sigma_{bc}=8,17\text{MPa}$) ne dépasse pas la contrainte limite $\bar{\sigma}_{bc}=0,6*f_{c28}=15\text{MPa}$. Le dimensionnement satisfait les états limites de service.

Calcul de la fondation

On étudie une semelle isolée constituant un des éléments de fondation du bâtiment. Les charges sont transmises à la semelle par l'intermédiaire du poteau de section carrée.

1. Hypothèses de calcul :

Le dimensionnement des semelles de fondation se base sur les hypothèses suivantes :

- les charges sont centrées sur les semelles
- le sol est homogène
- les semelles sont rigides
- le diagramme de répartition des pressions sur le sol est homogène
- la transmission des charges appliquées aux semelles de fondation s'effectue par l'intermédiaire des bielles de béton comprimé (méthode dite des bielles).
- l'état limite de stabilité de forme est satisfait ;
- l'état limite de service vis-à-vis des déformations est satisfait (les tassements différentiels ne sont pas à prendre en compte).

Les dimensions du poteau, les sollicitations appliquées, ainsi que les valeurs des résistances caractéristiques sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Dimensions			Sollicitations			Résistances caractéristiques		
Notations	Valeurs	Unités	Notations	Valeurs	Unités	Notations	Valeurs	Unités
a	20	cm	N_{ser}	253 762	N	f_{c28}	25	MPa
b	20	cm	N_u	349 428	N	f_e	400	MPa

2. Détermination de la contrainte de calcul du sol

La contrainte de calcul du sol peut être déduite de l'expérience ; elle peut être également choisie parmi les valeurs classiques du tableau ci-dessous, dans le cas de sols sans risque particulier.

La contrainte de rupture du sol est égale à $q=1,5\text{MPa}$. Par conséquent, la contrainte ultime du sol est égale à $=\frac{q_u}{2}=0,75\text{MPa}$.

3. Détermination des dimensions de la semelle:

3.1. Détermination de la surface minimale en contact avec le sol.

La justification de l'état limite ultime de résistance vis-à-vis du sol est satisfaite par l'inégalité suivante :

$$p = \frac{N_u + 1,35P_{ps}}{S} = \frac{(1,35N_G + 1,5N_Q) + 1,35P_{ps}}{S} \leq q_u$$

avec P_{ps} : poids propre de la semelle

On en déduit l'expression de la surface minimale S en contact avec le sol en ne prenant pas en compte la contribution du poids propre de la semelle.

Cette expression est la suivante : $S_{\text{mini}} = \frac{N_u}{q_u}$ $S_{\text{mini}} = \frac{349\,428}{0,75} = 465\,904 \text{mm}^2$.

On détermine ensuite les dimensions de la base de la semelle en utilisant la relation relative à l'homothétie des dimensions du poteau et de la semelle : $\frac{A_{\text{mini}}}{B_{\text{mini}}} = 1$.

On peut ainsi déterminer les expressions suivantes :

$$A_{\text{mini}} = B_{\text{mini}} \quad \text{et} \quad S_{\text{mini}} = A_{\text{mini}} \cdot B_{\text{mini}} = B_{\text{mini}}^2$$

On en déduit les expressions des dimensions minimales de la base de la semelle:

$$B_{\text{mini}} = A_{\text{mini}} = \sqrt[2]{S_{\text{mini}}} = 683 \text{mm} = 68 \text{cm}.$$

On choisit la dimension de la base de la semelle (multiple de 5cm).

On prend la dimension suivante : $A = B = 100 \text{cm}$.

3.2. Détermination de la hauteur de la semelle.

L'application de la méthode des bielles implique la condition suivante :

$$\frac{A-a}{4} = 20 \text{cm} \leq d \leq (A-a) = 80 \text{cm} \quad \text{avec } d = h - 5 \text{cm}.$$

On en déduit une valeur de la hauteur utile d multiple de 5cm, ainsi qu'une valeur de la hauteur totale h de la semelle de fondation.

On trouve les résultats suivants : $d = 25 \text{cm}$ et $h = 30 \text{cm}$.

4. Détermination des armatures

La section commune A_{st} des barres de chacun des lits a pour expression : $A_{st} \geq \frac{N_u \cdot (A - a)}{8 \cdot d \cdot \frac{f_e}{\gamma_s}}$.

En prenant pour valeur de la hauteur utile celle qui correspond au centre des gravités des armatures de chacun des lits (d_1 ou d_2), on a

$$A_{st \text{ mini}} = \frac{N_u \cdot (A - a)}{8 \cdot d \cdot \frac{f_e}{\gamma_s}}; \quad A_{st \text{ mini}} = 402 \text{ mm}^2. \quad \text{Soit au moins 4HA12 (A=452 mm}^2\text{)}.$$

Pour chacun des lits, on prend 6HA12 sur toute la largeur de la semelle, ce qui correspond à un espacement régulier de 19cm.

Il est inutile de procéder à des vérifications concernant l'effort tranchant et la contrainte de compression des bielles.

5. Vérification de la contrainte exercée sur le sol de fondation

Il reste à vérifier que la contrainte effective qui s'exerce sur le sol de fondation est inférieure à la contrainte de calcul q_u .

On doit vérifier l'inégalité suivante : $q_{\text{effective}} = \frac{N_u + 1,35(\gamma_{\text{béton}} \cdot A \cdot B \cdot h)}{A \cdot B} \leq q_u$ avec

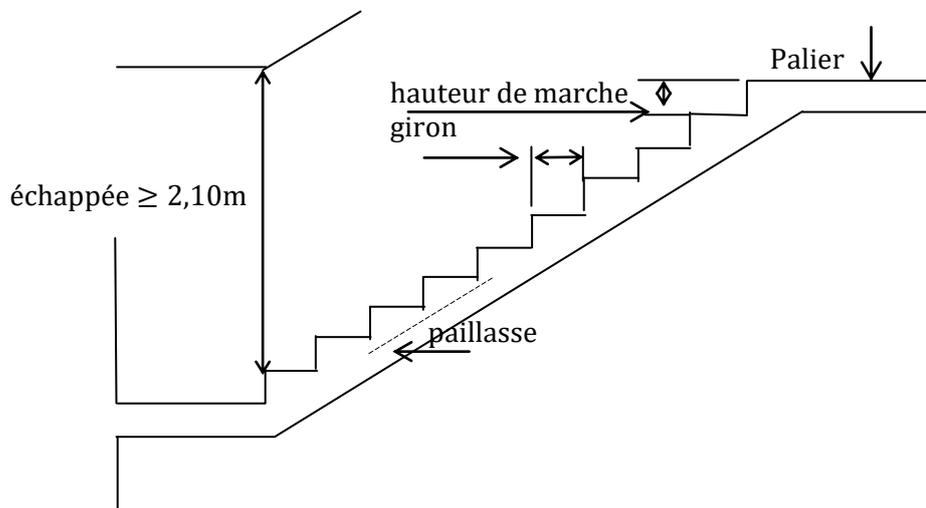
$\gamma_{\text{béton}}$: poids volumique du béton armé égal à 25kN/m³

$$\text{On trouve : } q_{\text{effective}} = \frac{256\,762 + 1,35 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,3 \cdot 25\,000}{1 \cdot 1} = 0,267 \text{ MPa} \quad (q_u = 0,75 \text{ MPa})$$

Calcul de l'escalier

On étudie un escalier droit à palier intermédiaire unique, sans mur d'échiffre. La paillasse porte de palier à palier et l'élément résistant est constitué par une dalle inclinée d'une épaisseur de 12cm semi-encastée aux deux extrémités.

La figure ci-dessus indique les composantes principales d'un escalier :



Cage d'escalier	: murs ou voiles entourant l'escalier
Crémaillère	: poutre inclinée servant de support au milieu des marches
Emmarchement	: largeur utile des marches
Giron	: distance entre deux nez de marche = g
Hauteur de marche	: c'est la distance h
Ligne de foulée	: trajet perpendiculaire aux nez de marche
Limon	: poutre inclinée servant de supports aux extrémités des marches
Mur d'échiffre	: limon remplacé par un mur ou voile
Paillasse	: partie inclinée servant de support aux marches sur toute leur largeur
Palier	: partie horizontale d'accès ou d'arrivée d'une volée
Pente	: rapport H/L
Volée	: ensemble des marches entre deux parties horizontales

1. Dimensionnement des escaliers

1.1. Hauteur et largeur des marches

	Valeurs courantes (mm)	Valeurs extrêmes (mm)
Hauteur (h)	160 à 170	130 à 170
Largeur (giron=g)	260 à 290	260 à 360

Relation entre h et g (formule de Blondel) : $600 \text{ mm} \leq 2g+h \leq 640 \text{ mm}$.

1.2. Largeur des escaliers

Pour des raisons de circulation de personnes : minimum de 600mm.

Pour des établissements recevant du public (ERP) :

Nombre d'unités de passage (UP)	Nombre de personnes à évacuer	Largeur minimale (mm)
1	≤ 100	800
2	≤ 200	1 400
3	≤ 300	1 800
4	≤ 400	2 400

2. Charges d'exploitation

Pour des marches solidaires les unes des autres par une paillasse ou par les contremarches. La charge d'exploitation est celle qui figure dans la norme NF P 06-001 pour les circulations, à savoir au moins la même que celle des locaux desservis et

- ✓ 2,5kN/m² pour les bâtiments d'habitation
- ✓ 4kN/m² pour les locaux recevant du public
- ✓ 5kN/m² pour les salles de spectacle, certaines salles d'exposition.

3. Calcul

Un escalier droit se calcule comme une dalle. Le calcul prend en compte le poids des marches au-dessus de la paillasse. Celles-ci sont considérées comme une surcharge et n'interviennent pas dans la résistance.

3.1. Prédimensionnement

- Emmarchement (largeur utile) conseillé $E = 90 \text{ cm}$
- Hauteur à gravir $H = 320 \text{ cm}$
- Choix de la hauteur de marche $h = 16 \text{ cm}$
- Détermination du nombre de marches $n = \frac{H}{h} = \frac{320}{16} = 20$
- Détermination de la hauteur réelle de marche $h = \frac{H}{n} = \frac{320}{20} = 16 \text{ cm}$.
- Détermination du giron :
Selon Blondel, il faut avoir $60 \leq 2h+g \leq 64$.

De la double inégalité, on déduit $28 \leq g \leq 32$.

On choisit $g = 30 \text{ cm}$.

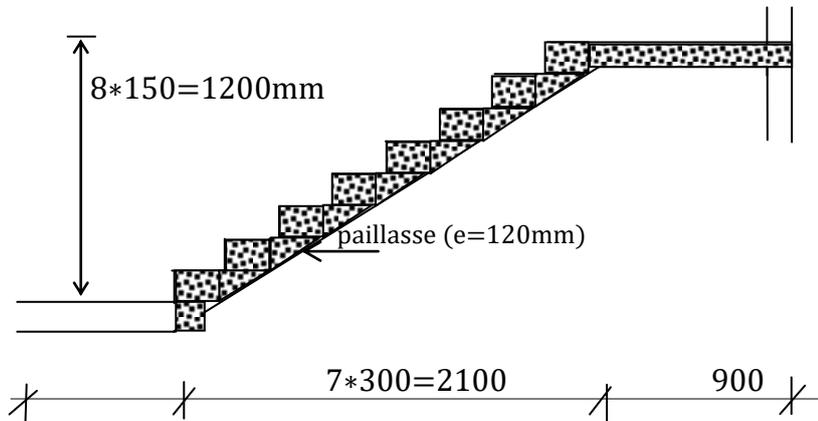
On en déduit la portée de la volée $L: 10 \cdot (16^2 + 30^2)^{1/2} = 10 \cdot 34 = 340 \text{ cm}$.

Paramètres :

- ✓ $\alpha = \arctg \frac{h}{g}$
- ✓ $g_1 = \text{le poids propre} ; g_1 = \bar{\omega} * (\frac{e}{\cos \alpha} + \frac{h}{2})$
- ✓ $g_2 = \text{le revêtement sur marches (} p_1 \text{ N par m}^2 \text{ horizontal, } p_2 \text{ N par m}^2 \text{ vertical) et en sous-face de la paillasse (} p_3 \text{ N par m}^2 \text{ suivant la pente).}$
- ✓ $g_2 = p_1 + p_2 * \frac{h}{g} + \frac{p_3}{\cos \alpha}$ par m² horizontal et
- ✓ $q = \text{la charge d'exploitation par m}^2 \text{ horizontal}$

Charge d'exploitation :

Suivant la norme NF P 06-001, on prend comme charge d'exploitation, le maximum de 2 500N/m² pour les circulations et escaliers. Carrelage de 25mm sur 15mm de mortier sur marches, 15mm de mortier en sous-face de la paillasse.

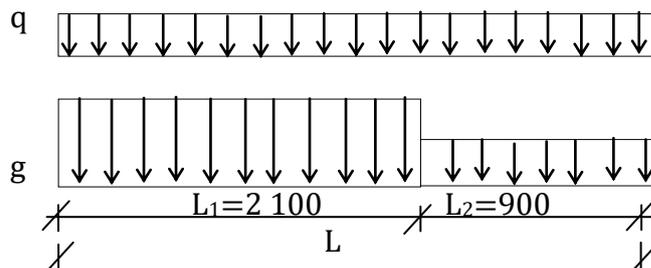


Charges permanentes :

$$\begin{aligned}
 g_1 &= \bar{\omega} * (\frac{e}{\cos \alpha} + \frac{h}{2}) = 25\,000 * (\frac{0,12}{0,8824} + \frac{0,16}{2}) = 5,4 \text{ kN/m}^2 \\
 p_1 &= 20\,000 * (0,025 + 0,015) = 0,8 \text{ kN/m}^2 \\
 p_2 &= 0,8 \text{ kN/m}^2 \\
 p_3 &= 18\,000 * 0,015 = 0,27 \text{ kN/m}^2 \\
 g_2 &= 0,8 + 0,8 * \frac{0,16}{0,3} + \frac{0,27}{0,8824} = 1,53265 \text{ kN/m}^2 \\
 g &= g_1 + g_2 = 5,4 + 1,53265 = 6,93265 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

Pour la zone de palier, on a $g_0 = 25000 * 0,18 + 1,53265 = 6,03265 \text{ kN/m}^2$

Le chargement est lu sur les deux figures ci-dessous :



Moment ELU :

$$\begin{aligned} M_u &= 1,35 \left(\frac{1}{2} g_0 * L_2^2 + \frac{g * L_1^2}{8} \right) + \frac{1,5qL^2}{8} = \\ &= 1,35 * \left(\frac{1}{2} * 6,03265 * 0,9^2 + \frac{1}{8} * 6,93265 * 2,1^2 \right) + \frac{1}{8} * 1,5 * 2,5 * 3,0^2 \\ &= 12,676 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Moment ELS:

$$\begin{aligned} M_{ser} &= \frac{1}{2} g_0 * L_2^2 + \frac{g * L_1^2}{8} + \frac{1,5qL^2}{8} \\ &= \frac{1}{2} * 6,03265 * 0,9^2 + \frac{1}{8} * 6,93265 * 2,1^2 + \frac{1}{8} * 2,5 * 3,0^2 \\ &= 9,077 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Les dimensions de l'élément étudié, les sollicitations agissantes maximales, les charges, ainsi que les résistances caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Dimensions			Sollicitations			Chargement		
Notations	Valeurs	Unités	Notation	Valeur	Unité	Notations	Valeur	Unités
b	110	cm	N_{ser}	0	N	q_{ser}		$N.m^{-1}$
h	12	cm	N_u	0	N	q_u		$N.m^{-1}$
dp	0	cm	M_{ser}	9 077	N.m	Résistances caractéristiques		
dt	2	cm	M_u	12 676	N.m	f_{c28}	25	MPa
L	430	cm	(Sollicitations maximales)			f_e	400	MPa

Les valeurs des charges réparties, ainsi que les sollicitations agissantes, prennent en compte la contribution du poids propre de l'élément.

5. Dimensionnement des sections bétons :

On connaît :

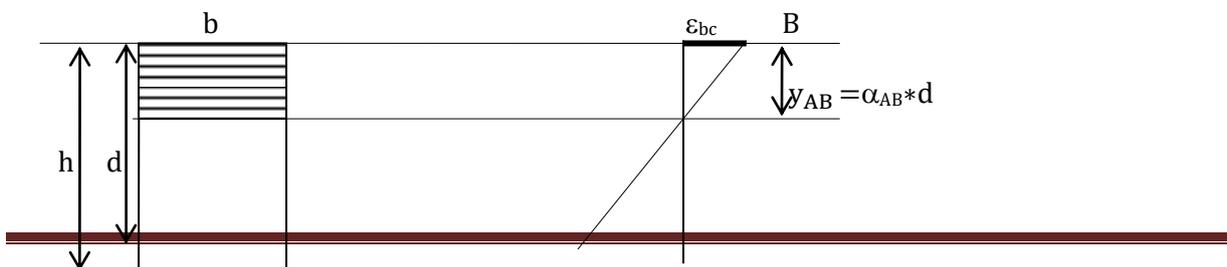
- les matériaux : f_{c28}, f_e
- le moment fléchissant : M_u

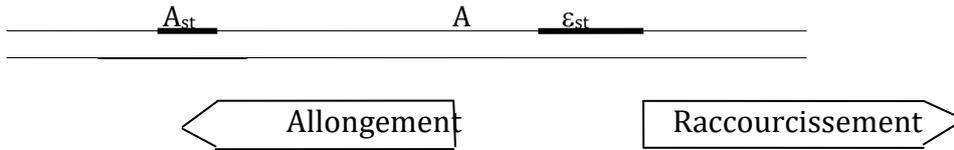
On cherche :

- les dimensions de la section : b et h

La largeur b de l'escalier est fournie par le projet à étudier. Elle est égale à 110cm. Il reste à déterminer la hauteur h.

Lorsqu'on dimensionne une section, on cherche à optimiser l'utilisation des matériaux afin d'obtenir la section la plus économique possible. L'on tire le meilleur parti des matériaux quand le diagramme de déformation de la section passe par les points A et B. Le moment résistant correspondant est M_{AB} .



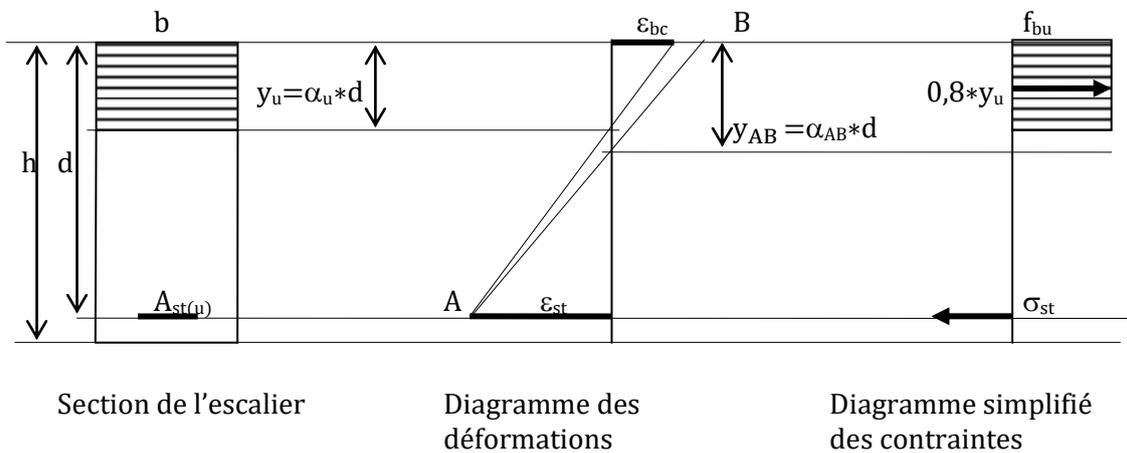


- h : hauteur de la section
- d : hauteur utile $d \cong 0,9h$
- y_{AB} : hauteur de béton comprimé
- A_{st} : section des armatures tendues.

Dans ce cas, l'acier et le béton sont utilisés de façon optimale.

Equations d'équilibre et dimensionnement

La figure ci-dessous représente la coupe transversale de la dalle, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes.



La hauteur de béton comprimé y_{AB} est donnée par la relation suivante :

$$\frac{y_{AB}}{3,5} = \frac{d}{3,5+10} ; y_{AB} = 0,259d.$$

$$\begin{aligned} \text{Le moment résistant } M_{AB} &= \frac{0,85 * f_{cj}}{1,5} * 0,8 * y_{AB} * b * (d - 0,4 * y_{AB}) \\ &= \frac{0,85 * f_{cj}}{1,5} * 0,8 * 0,259d * b * (d - 0,4 * 0,259 * d) \\ &= 0,186 * b * d^2 * f_{bu}. \end{aligned}$$

Pour déterminer d de façon à optimiser la section, on prend $M_{AB} = M_u$.

$$\text{De l'égalité } M_u = 0,186 * b * d^2 * f_{bu}, \text{ on tire } d^2 = \frac{M_u}{0,186 * b * f_{bu}} = \frac{12\,676\,000}{0,186 * 1100 * 0,85 * 25 / 1,5} = 4\,373.$$

$$\text{On obtient } d = \sqrt{4\,373} = 66\text{mm} = 7\text{cm} \quad (d_{\text{supposée}} = 11\text{cm})$$

La hauteur utile calculée étant inférieure à la hauteur utile supposée, l'hypothèse d'une paillasse égale à 12cm est économique.

On retient $h=12\text{cm}$.

Par conséquent, $d \cong 0,9h=0,9*12=10,8\text{cm}$.

On choisit $d=10\text{cm}$.

6. Détermination des armatures

6.1. Armatures supérieures

Le moment fléchissant de calcul a pour valeur $M_u= 12\ 676\text{N.m}$.

On commence par calculer la valeur du moment réduit ultime:

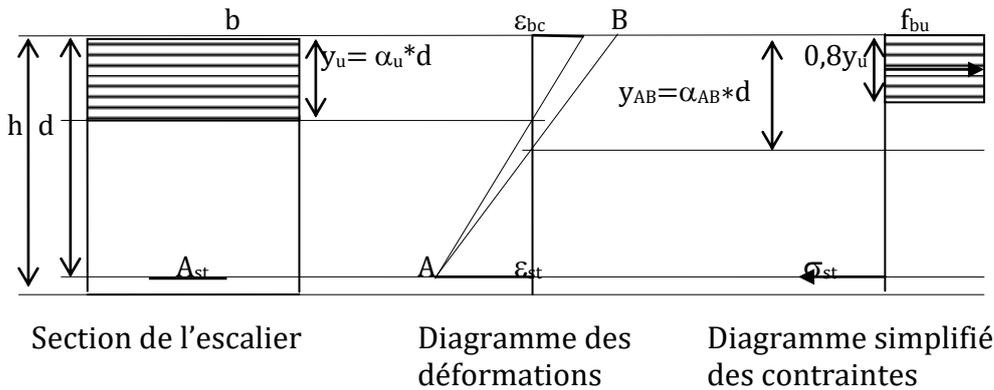
$$\mu_u = \frac{M_u}{b*d^2*f_{bu}}; \mu_u = \frac{12\ 676\ 000}{1\ 100*100^2*0,85*25/1,5} = 0,0813.$$

La figure ci-dessous représente la coupe transversale de la poutre, le diagramme des déformations et le diagramme simplifié des contraintes.

Les équations d'équilibre sont les suivantes :

$$A_{st(u)} * \sigma_{sc} = 0,8 * \alpha_u * b * d * f_{bu} \quad (1)$$

$$M_u = 0,8 * \alpha_u * b * d^2 * f_{bu} * (1 - 0,4 * \alpha_u) \quad (2)$$



Elles constituent un système de deux équations linéaires à deux inconnues en α_u et $A_{st(u)}$.

On connaît la valeur de la contrainte de calcul de traction des aciers : $\sigma_{sc} = f_{su}$

Comme $\mu_u = \frac{M_u}{b*d^2*f_{bu}}$.

L'équation(2) prend la forme en α_u suivante : $0,32\alpha_u^2 - 0,8\alpha_u + \mu_u = 0$.

La racine de l'équation a pour l'expression : $\alpha_u = 1,25 * (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u})$; $\alpha_u = 0,1062$.

L'équation (1) permet de déterminer l'expression de la section d'aciers suivante :

$$A_{st(u)} = 0,8 * \alpha_u * b * d * \frac{f_{bu}}{f_{su}}; \quad A_{st(u)} = \frac{0,8 * 0,1062 * 1\ 100 * 100 * 0,85 * 25 / 1,5}{400 / 1,15} = 381\text{mm}^2.$$

Théoriquement, 5HA10 par mètre sont suffisantes; et l'espacement minimal n'est pas dépassé. On place 5HA10 ($A=393\text{mm}^2$) sur toute la largeur de l'escalier; ce qui correspond à un espacement régulier de 26cm.

6.2. Armatures inférieures

Les armatures inférieures seront identiques aux armatures supérieures, quant au diamètre et aux espacements.

6.3. Armatures transversales

Le calcul à l'effort tranchant est mené à l'ELU.

Afin de simplifier les calculs, la contrainte de cisaillement maximale est prise égale à :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d} \quad \text{avec}$$

V_u : effort tranchant dans la section
 b : largeur minimale de l'escalier
 d : hauteur utile de l'escalier

On détermine la valeur de la contrainte tangente limite

$$\bar{\tau} = 0,2 \cdot f_{c28} \cdot \frac{1}{\gamma_b} = 0,2 \cdot 25 \cdot \frac{1}{1,5} = 3,33\text{MPa}$$

L'effort tranchant à l'abscisse x pour $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$ a pour expression :

$$V_u = \frac{1}{2} \cdot q_u \cdot (L-x).$$

A l'abscisse $x=0$,

- la valeur de l'effort tranchant est maximale : $V_u = \frac{1}{2} \cdot 13,109 \cdot 3 = 19\,664\text{N}$.

- la contrainte tangente a pour expression $\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d}$; $\tau_u = \frac{19\,664}{1\,100 \cdot 100} = 0,1788\text{MPa}$

La contrainte tangente maximale ($\tau_u = 0,1788\text{MPa}$) ne dépasse pas la contrainte tangente limite ($\bar{\tau} = 3,33\text{MPa}$). Les cadres sont à placer verticalement.

L'espacement des cours successifs d'armatures transversales d'âme doit respecter la condition suivante : $S_t \leq \min \{0,9d = 0,9 \cdot 10 = 9\text{cm}; 40\text{cm}\}$. On choisit $S_t \leq 9\text{cm}$.

Le diamètre des aciers doit respecter la condition suivante: $\phi_t \leq \left\{ \frac{h}{35}; \phi_l; \frac{b}{10} \right\}$

On choisit un acier HA10.

On en déduit la section transversale suivante: $A_c = 157\text{mm}^2$.

On calcule l'espacement réglementaire :

$$S_t(\text{calcul}) = \frac{0,9 \cdot f_e \cdot A_t}{b \cdot \gamma_s \cdot (\tau_u - 0,3 \cdot f_{t28})} = \frac{0,9 \cdot 400 \cdot 157}{1100 \cdot 1,15 \cdot (0,1788 - 0,3 \cdot 2,1)} = -99 \text{ mm} = -10 \text{ cm} \quad (S_t \leq 9 \text{ cm})$$

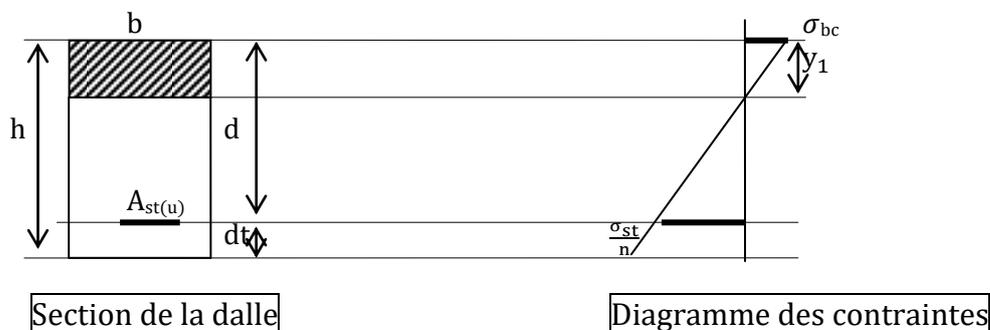
Ce résultat négatif indique que les armatures transversales ne sont pas nécessaires.

Néanmoins, une armature minimale est nécessaire. Il faut placer des armatures HA10 espacées régulièrement de 26cm.

7. Vérification aux états limites de service:

Le dimensionnement aux états limites ultimes doit être suivi d'une vérification aux états limites de service afin de vérifier que l'état limite de compression du béton est respecté.

On commence par déterminer la position de l'axe neutre en résolvant l'équation aux moments statiques suivante en y_1 :



$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot y_1^2 - n \cdot A_{st} \cdot (d - y_1) = 0; \quad \text{On trouve } y_1 = 28 \text{ mm}$$

On écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée par rapport au béton et réduite:

$$I = \frac{1}{3} \cdot b \cdot y_1^3 + n \cdot A_{st} \cdot (d - y_1)^2; \quad I = 38\,608\,750 \text{ mm}^4$$

On calcule ensuite la valeur de la contrainte maximale de béton comprimé en utilisant l'expression suivante:

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} \cdot y_1; \quad \sigma_{bc} = \frac{9\,077\,000 \cdot 28}{38\,608\,750} = 6,58 \text{ MPa}$$

La contrainte maximale de béton comprimé σ_{bc} ne dépasse pas la contrainte limite $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \cdot f_{c28} = 15 \text{ MPa}$. Le dimensionnement satisfait donc les états limites de service.

Plan de ferrailage:

On dessine la coupe longitudinale de l'escalier et du palier. Cette coupe montre également les armatures supplémentaires destinées à protéger les marches.